Série A, N° 2161
N° d'ordre :
3032

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

PAUL CHANSON

1re THÈSE. — LES ÉLÉMENTS OPTIQUES DES LENTILLES ÉLECTROSTATIQUES ET LE MICROSCOPE A PROTONS.

2e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 24 juin 1946 devant la Commission d'examen.

M. L. DE BROGLIE ..... *Président.*
Mme JOLIOT-CURIE ..... } *Examinateurs.*
M. R. LUCAS ..... }

PARIS
MASSON ET Cie, ÉDITEURS
LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE
120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1947

FACULTÉ DES SCIENCES

Nom du Candidat : **CHANSON.**
Prénoms : **Antoine-Paul.**

Date de la soutenance : 24 juin 1946.
Numéro d'ordre : 3032. *Série A*, nº 2161.

CHANSON (Antoine-Paul). — Les éléments optiques des lentilles électrostatiques et le microscope à protons. *Paris*, Masson, 1947. In-8º, 81 p., 53 fig.

Th. Sc. Phys., Paris, 1946. Série A, 2161. Nº 3032.

CHANSON (Antoine-Paul). — Les éléments optiques des lentilles électrostatiques et le microscope à protons. *Paris*, Masson, 1947. In-8º, 81 p., 53 fig.

Th. Sc. Phys., Paris, 1946. Série A, 2161. Nº 3032.

CHANSON (Antoine-Paul). — Les éléments optiques des lentilles électrostatiques et le microscope à protons. *Paris*, Masson, 1947. In-8º, 81 p., 53 fig.

Th. Sc. Phys., Paris, 1946. Série A, 2161. Nº 3032.

CHANSON (Antoine-Paul). — Les éléments optiques des lentilles électrostatiques et le microscope à protons. *Paris*, Masson, 1947. In-8º, 81 p., 53 fig.

Th. Sc. Phys., Paris, 1946. Série A, 2161. Nº 3032.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549220_0076

Série A, n° 2161
N° d'ordre :
3032

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Paul CHANSON

1re **THÈSE.** — Les éléments optiques des lentilles électrostatiques et le microscope a protons.

2e **THÈSE.** — Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 24 juin 1946 devant la Commission d'examen.

M. L. de BROGLIE ..... *Président.*
Mme JOLIOT-CURIE ..... } *Examinateurs.*
M. R. LUCAS..... }

PARIS
MASSON ET Cie, ÉDITEURS
LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE
120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1947

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen..... M. J. CABANNES.

PROFESSEURS

P. MONTEL.....	† Théorie des fonctions.
L. BLARINGHEM ..	† Botanique.
G. JULIA.....	† Analyse supérieure et Algèbre supérieure.
C. MAUGUIN.....	† Minéralogie.
A. MICHEL-LÉVY.	† Pétrographie.
A. DENJOY.....	† Théorie des fonctions.
L. LUTAUD.....	† Géographie physique et Géologie dynamique.
E. DARMOIS.....	† Enseignement de Physique.
A. DEBIERNE.....	† Electronique et Radioactivité.
M. JAVILLIER	† Chimie biologique.
Robert LÉVY	† Physiologie comparée.
Henri VILLAT.....	† Mécanique des fluides et applications.
Ch. JACOB.....	† Géologie.
P. PASCAL.....	† Chimie générale.
M. FRÉCHET.....	† Calcul des probabilités et Physique mathématique.
E. ESCLANGON....	† Astronomie.
Mme RAMART-LUCAS.	† Chimie organique.
H. BÉGHIN	† Mécanique physique et expérimentale.
FOCH	† Mécanique expérimentale des fluides.
PAUTHENIER.....	† Electrotechnique générale.
DE BROGLIE.....	† Théories physiques.
CHRÉTIEN.....	Optique appliquée.
JOB.....	† Chimie générale.
PRENANT	† Anatomie et Histologie comparées.
VILLEY	† Mécanique appliquée.
COMBES.....	† Physiologie végétale.
GARNIER.....	† Application de l'analyse à la géométrie.
PÉRÈS.....	† Mécanique rationnelle.
HACKSPILL.....	† Chimie minérale.
LAUGIER.....	† Physiologie générale.
TOUSSAINT.....	† Technique Aéronautique.
M. CURIE.....	† Physique (P. C. B.)
G. RIBAUD.....	† Hautes températures.
CHAZY.....	† Mécanique analytique.
H. GAULT.....	† Chimie appliquée.
CROZE	† Physique théorique et Physique céleste.
DUPONT.....	† Théories chimiques.
LANQUINE.....	† Géologie structurale et géologie appliquée.
VALIRON	† Calcul différentiel et Calcul intégral.
BARRABÉ	Géologie structurale et géologie appliquée.
VAVON.....	† Analyse et mesures chimiques.
G. DARMOIS.....	† Mathématiques générales.
CHATTON.....	† Biologie maritime.
AUBEL.....	† Chimie biologique.
Jacques BOURCART.	Géographie physique et Géologie dynamique.
Mme JOLIOT-CURIE.	† Physique générale et Radioactivité.
PLANTEFOL.....	† Botanique.
CABANNES.....	† Recherches physiques.
GRASSÉ.....	† Zoologie. Évolution des êtres organisés.
PRÉVOST.....	Chimie organique.
BOULIGAND.....	† Application de l'analyse à la géométrie.
CHAUDRON.....	† Chimie.
WYART.....	Minéralogie.
TEISSIER.....	† Zoologie.
MANGENOT.....	† Biologie végétale.
P. AUGER.....	† Physique quantique et relativité.
MONNIER.....	Physiologie générale.
PIVETEAU.....	Géologie.
ROCARD.....	† Physique.
H. CARTAN.....	Calcul différentiel.
SCHAEFFER.....	† Physiologie des fonctions.
LAFFITTE.....	Chimie (P. C. B.).
LERAY.....	Mécanique théorique des fluides.
FAVART.....	Calcul des Probabilités et Physique Mathématique.
COULOMB.....	† Physique du Globe.
Mlle COUSIN	Biologie animale (P. C. B.).
A. CHRÉTIEN	Analyse et mesures chimiques.
P. DRACH	Evolution des êtres organisés.
CHATELET.....	† Arithmétique et théorie des nombres.
EPHRUSSI.....	† Génétique.
WURMSER	† Biologie physico-chimique
KASTLER.....	Physique.
BAUER.....	† Chimie-Physique.
RIVIÈRE.....	Géologie (P. C. B.).

Secrétaire..... CH. MONIER

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

A la mémoire de MON PÈRE

LES ÉLÉMENTS OPTIQUES DES LENTILLES ÉLECTROSTATIQUES ET LE MICROSCOPE A PROTONS

Par Paul CHANSON

SOMMAIRE. — Après une brève introduction historique, l'auteur expose tout d'abord les éléments essentiels de la dynamique des électrons dans un champ électrostatique. Il était utile en effet de bien montrer les divers aspects des notions fondamentales de fréquence, longueur d'onde et indice équivalent de l'onde associée à un corpuscule dans le cas général des particules de grande énergie où la relativité s'impose.

Un deuxième chapitre est consacré à l'étude des systèmes centrés de révolution autour d'un axe. Après un bref exposé des propriétés optiques générales de ces systèmes, l'auteur rappelle les formules classiques des lentilles minces constituées par trois diaphragmes portés à des potentiels différents. Il étudie ensuite le cas concret des lentilles épaisses utilisées pour la réalisation du microscope électronique électrostatique et donne un tableau d'ensemble des éléments optiques du premier ordre (foyers, plans principaux) de ces systèmes dans les cas classique et relativiste.

Le problème des aberrations fait l'objet d'un troisième chapitre. Après un rappel des formules générales et des conclusions admises par divers auteurs il est établi pour les lentilles étudiées au Chapitre II une abaque donnant les résultats généraux des aberrations de sphéricité.

Dans un dernier chapitre, le problème général du pouvoir séparateur du microscope électrostatique est analysé. La nature ondulatoire du faisceau électronique et l'impossibilité d'annuler l'aberration de sphéricité donne une limite théorique pour le pouvoir séparateur du microscope électronique. L'emploi des protons permet de reculer cette limite. L'auteur discute la théorie et la réalisation pratique d'un microscope protonique.

N. B. — Les résultats expérimentaux indiqués dans la présente Thèse sont le fruit d'un travail d'équipe réalisé au laboratoire de Physique expérimentale du Collège de France sous la haute direction de M. Maurice de Broglie.

CHAPITRE PREMIER

Généralités sur l'optique électronique.

I. — Introduction

L'optique électronique est née le jour où les physiciens expérimentateurs ont su produire des faisceaux d'électrons et incurver leur trajectoire par l'action des champs électrique et magnétique. C'est donc les noms de Crookes, Goldstein, Lenard et Aston qu'il faut citer au premier titre. Dès 1906, Lenard [1] avait indiqué que dans le vide les rayons cathodiques peuvent obéir à une optique géométrique comme les rayons lumineux dans les milieux transparents. L'analogie entre la dynamique du point matériel et l'optique géométrique était établie depuis fort longtemps (1827) par Hamilton et il peut sembler quelque peu étrange que les expérimentateurs du début du xx^{e} siècle n'aient pas cherché à explorer sans délai ce vaste domaine de la physique électronique. Mais les esprits de ce temps étaient sans doute trop préoccupés par les immenses problèmes posés par les quantas et les rayons X pour analyser en détail la marche des faisceaux cathodiques et réaliser des dispositifs optiques qui les auraient probablement conduits à la découverte de la diffraction des électrons.

C'est du côté théorique que l'impulsion devait venir. Il faut attendre 1924 et la thèse fondamentale de M. Louis de Broglie sur l'onde associée au mouvement des corpuscules matériels pour que s'épanouisse vraiment cette jeune discipline actuellement en pleine évolution.

Busch [2], en 1927, parle le premier des lentilles électroniques et peu après un nombre considérable de travaux théoriques et expérimentaux sont consacrés, principalement en Allemagne, à l'optique des électrons. Les premières images de la cathode sont obtenues par Knoll et Ruska avec des faisceaux de quelques centaines d'électrons-volt en 1932 et 10 ans après les industries allemandes et américaines construisaient des microscopes électroniques réalisant des grossissements utiles de l'ordre de 30 à 40 000. Les lentilles électroniques utilisées sur ces microscopes sont soit du type électrostatique, soit du type magnétique. Ces deux types ont été parallèlement étudiés dans des laboratoires différents. Les caractéristiques de construction et les difficultés à résoudre ne sont pas du même ordre. Actuellement, il est difficile de se prononcer nettement en faveur de l'un ou de l'autre. Nous avons alors cherché avec M. Claude Magnan quelle voie il fallait suivre pour atteindre les plus forts pouvoirs séparateurs. L'étude des aberrations de diffraction et de sphéricité nous a vite

montré quelle limite théorique était imposée pour un faisceau d'électrons. Nous avons pensé alors à utiliser un faisceau protonique. A énergie égale, l'onde associée a une longueur d'onde 40 fois plus petite. On peut alors diminuer considérablement l'ouverture numérique et atteindre un pouvoir séparateur de l'ordre de quelques angströms. Cet emploi des protons nous a conduit à étudier particulièrement les systèmes centrés électrostatiques qui ont des propriétés optiques indépendantes de la masse des particules employées. Il était alors indispensable de bien connaître les caractéristiques de ces systèmes et c'est dans ce but que nous avons entrepris cette étude théorique et expérimentale. Dans ce premier chapitre nous exposerons quelques considérations théoriques sur la dynamique des électrons soumis à un champ électrostatique. Sans doute ces notions préliminaires ont-elles été souvent exposées par de nombreux auteurs et nous nous contenterons de mettre en relief quelques points un peu délicats.

II. — La dynamique classique de l'électron dans un champ électrostatique permanent

Considérons un champ électrostatique permanent dérivant d'un potentiel scalaire $V(x, y, z)$.

Soit e la charge de l'électron, m_0 sa masse au repos et v sa vitesse. Si U est la valeur du potentiel au point de vitesse nulle, le théorème des forces vives nous donne :

$$\frac{1}{2} m_0 v^2 = e(V - U). \qquad (1)$$

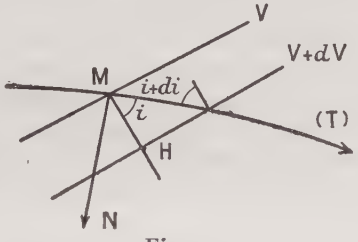

Fig. 1.

Soit R le rayon de courbure en M de la trajectoire (T) d'un électron dans le champ et F_n la composante normale à la trajectoire, de la force à laquelle est soumis l'électron. Nous allons faire le raisonnement élémentaire suivant, valable dans le cas particulier où (V) et (V + dV) sont deux surfaces équipotentielles voisines et sont des plans parallèles (fig. 1),

MN est la normale principale à la trajectoire T,

MH est la normale à V,

on a :

$$F_n = e \frac{dV}{dn} = e \frac{dV \sin i}{ds \cos i} \qquad (2)$$

par ailleurs :

$$F_n = \frac{m_0 v^2}{R} = - \frac{m_0 v^2 di}{ds} \qquad (3)$$

des équations (1), (2) et (3) on tire :

$$F_n = \frac{e dV \sin i}{ds \cos i} = -\frac{m_0 v^2 di}{ds} = -2e\frac{(V-U)di}{ds}$$

ou encore :

$$\frac{dV}{2(V-U)} + \frac{d(\sin i)}{\sin i} = 0$$

qui s'intègre par :

$$\sqrt{V-U}\sin i = C^{te}. \qquad (4)$$

Si on pose $n = K\sqrt{V-U}$, on reconnaît aisément la loi de Descartes $n \sin i = C^{te}$ pour un milieu continu d'indice $n(xyz)$, tel que les surfaces $n = C^{te}$ correspondent à des plans parallèles. Bien entendu l'indice n n'est défini qu'à une constante près et doit être un nombre sans dimension. Dans tous les cas, les relations (1) et (4) permettent d'écrire :

$$n = K'v.$$

Si $U = 0$, hypothèse que nous ferons souvent et qui correspond au cas où l'origine des potentiels est choisie au point où la vitesse des électrons est nulle on a :

$$n = K\sqrt{V}.$$

Ce résultat établi dans un cas particulier est général.

On en déduit que la trajectoire d'un électron dans un champ électrostatique dérivant du potentiel $V(xyz)$ est la même que celle d'un rayon lumineux se propageant dans un milieu d'indice $n = K\sqrt{V(xyz)}$. On voit ainsi qu'il est facile de montrer de manière élémentaire l'analogie qui existe entre la dynamique des électrons et l'optique géométrique des milieux continus.

III. — La dynamique relativiste de l'électron dans un champ électrostatique permanent

Nous emploierons les notations suivantes :

m : masse relativiste de l'électron ;

$\beta = v/c$ rapport de la vitesse de l'électron à la vitesse de la lumière.

On a :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

on posera de plus $m_0 c^2 = eV_0$, c'est l'énergie interne de l'électron correspondant à la masse au repos. La valeur de V_0 est très voisine

de 500 000 volts. On sait d'autre part, c'est un résultat connu de la dynamique relativiste, que l'expression de l'énergie cinétique est :

$$E_c = m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right]$$

qui se réduit à $\frac{1}{2} m_0 v^2$ pour les petites valeurs de β. Avec nos notations on a encore avec $U = 0$:

$$E_c = mc^2 - m_0 c^2 = eV$$

ou :

$$mc^2 = m_0 c^2 + eV = e(V + V_0). \qquad (6)$$

En relativité l'expression de F_n devient alors mv^2/R au lieu de $m_0 v^2/R$. D'autre part la valeur de mv^2 est obtenue de la manière suivante : on a successivement :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$m^2(c^2 - v^2) = m_0^2 c^2$$

d'où :

$$mv^2 = mc^2 - \frac{m_0^2 c^4}{mc^2}$$

et en tenant compte de (6) :

$$mv^2 = e \frac{V^2 + 2VV_0}{V + V_0} \qquad (7)$$

d'où :

$$F_n = \frac{edV \sin i}{ds \cos i} = - \frac{mv^2 di}{ds} = - \frac{e(V^2 + 2VV_0)di}{(V + V_0)ds}$$

qui peut s'écrire :

$$\frac{d(V^2 + 2VV_0)}{2(V^2 + 2VV_0)} + \frac{d(\sin i)}{\sin i} = 0.$$

En intégrant on obtient :

$$\sqrt{V^2 + 2VV_0} \sin i = C^{te}$$

ce qui nous donne comme expression de l'indice relativiste :

$$n_r = k\sqrt{V^2 + 2VV_0}.$$

Il est commode de prendre $k = \frac{1}{V_0}$, n_r devient ainsi un nombre sans dimension.

On a :

$$n_r = \sqrt{\frac{V^2 + 2VV_0}{V_0^2}}.$$

Si V est petit devant V_0, par exemple pour des électrons si V est petit devant 500 000 volts, on a :

$$n_r \# \sqrt{\frac{2VV_0}{V_0^2}} \# \sqrt{\frac{2V}{V_0}}. \qquad (8)$$

C'est bien l'expression (5) déjà obtenue avec :

$$K = \sqrt{\frac{2}{V_0}}.$$

Remarquons encore que tenant compte de (7) et de (6) la relation (8) devient :

$$n_r = \frac{m}{m_0}\frac{v}{c} = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

la relation classique trouvée plus haut.

$n_c = K'v$ peut s'écrire $n_c = \frac{v}{c}$ en choisissant la constante arbitraire K' égale à $1/c$. On voit bien ainsi comment la correction de relativité joue sur l'indice.

Nous allons trouver directement cette expression de l'indice relativiste par la mécanique analytique.

Le principe de moindre action nous donne si p est l'impulsion du corpuscule :

$$\int_A^B p\,ds \quad \text{stationnaire}$$

et le principe de Fermat s'écrit :

$$\int_A^B n\,ds \quad \text{stationnaire.}$$

Dans le cas d'un corpuscule dans un champ électrostatique, on a :

$$p = mv$$

d'où :

$$n = Kmv.$$

Pour des raisons d'homogénéité il sera commode de prendre :

$$n = \frac{mv}{m_0 c} = \frac{v}{c\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Si nous avons tenu à faire une démonstration moins simple mais plus élémentaire c'est surtout parce que, comme nous le verrons plus

loin, il est bon de considérer les divers aspects du problème pour ne pas être surpris par certains résultats paradoxaux qui apparaissent lors de l'application brutale des formules.

IV. — Sur la longueur d'onde, l'indice et la fréquence en mécanique ondulatoire

Nous avons établi sur une méthode purement dynamique que la trajectoire d'un corpuscule électrisé dans un champ électromagnétique permanent était analogue à celle d'un rayon lumineux, dans un milieu d'indice variable. Nous avons donné l'expression de l'indice équivalent.

Ces analogies entre la mécanique analytique et l'optique géométrique étaient formellement connues depuis les travaux d'Hamilton. Mais il appartenait à M. Louis de Broglie d'en pénétrer le véritable sens physique en créant la synthèse d'une mécanique ondulatoire. Nous devons en rappeler les éléments qui seront utiles dans la suite de cet exposé où nous devons dire quelques mots sur les notions d'indice, de fréquence, et de longueur d'onde.

1) L'onde associée a un corpuscule de masse au repos m_0 en mouvement rectiligne et uniforme. — Dès 1905, Einstein avait postulé que l'énergie d'une onde lumineuse plane et monochromatique de fréquence ν était $W = h\nu$ et l'impulsion :

$$p = \frac{h\nu}{c} . \qquad (1)$$

La masse du photon étant négligeable, cette énergie représente en même temps l'énergie totale et l'énergie cinétique. C'est cette énergie qui est totalement cédée dans l'effet photo-électrique.

Si nous considérons maintenant un point de masse m_0 au repos et de masse m à la vitesse v, en dehors de tout champ de force, son énergie totale, somme de l'énergie cinétique et de l'énergie interne m_0c^2 est :

$$W_t = mc^2.$$

Pour lier le mouvement de corpuscule à un phénomène ondulatoire on posera : par généralisation de (1) :

$$W_t = mc^2 = h\nu \quad (2) \qquad\qquad p = mv = \frac{h\nu}{w} \quad (3)$$

en appelant w la vitesse de l'onde associée.

D'autre part si λ est la longueur d'onde on a :

$$\lambda\nu = w \qquad (4)$$

d'où :

$$\lambda = \frac{h}{mv} \tag{5}$$

$$v.w = c^2. \tag{6}$$

Cette méthode consistant à généraliser les notions d'énergie et d'impulsion permet de retrouver rapidement les résultats classiques.

D'ailleurs quelle que soit la série logique des raisonnements permettant d'arriver à ces relations, il faut remarquer que seule la relation (5) a vraiment le sens d'une loi expérimentale, car ni la fréquence, ni la vitesse de l'onde associée n'ont pu être atteintes, directement. Nous reviendrons souvent sur cette remarque essentielle.

2) Notion d'indice. — Nous allons voir comment pour un corpuscule électrisé soumis à un champ électrostatique on peut définir un indice à partir de la vitesse de phase des ondes associées et correspondant aux résultats obtenus plus haut.

a) *L'indice de l'onde associée à un corpuscule chargé en mouvement dans un champ électrostatique* (cas non relativiste). — En optique de la lumière, l'indice d'une substance par rapport au vide est égal au rapport des vitesses de la lumière dans le vide c et dans la substance v' soit :

$$n = \frac{c}{v'}.$$

Pour les ondes matérielles de vitesse w accompagnant un corpuscule de vitesse v l'indice sera d'après (6) :

$$n = \frac{c}{w} = \frac{v}{c}.$$

Si nous appliquons purement et simplement ce résultat au mouvement d'un corpuscule de masse m_0 et de charge e dans un champ électrique dérivant d'un potentiel V et dans le cadre de la mécanique non relativiste, il vient :

$$m_0 v^2 = 2eV \qquad n_c = \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{2eV}{m_0 c^2}} = \sqrt{\frac{2V}{V_0}}$$

avec :

$$m_0 c^2 = eV_0.$$

Le résultat est bien celui que nous avons trouvé précédemment par une méthode purement dynamique.

b) *L'indice de l'onde associée à un corpuscule chargé en mouvement dans un champ électrostatique* (cas relativiste). — Nous allons voir que l'expression de l'indice qu'il faut adopter n'est plus :

$$n = \frac{v}{c}$$

mais :

$$n_r = \frac{v}{c\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{mv}{m_0 c}.$$

Toujours avec les mêmes notations on a :

$$m^2v^2 = (m^2 - m_0^2)c^2 = \frac{e^2}{c^2}(V^2 + 2VV_0)$$

$$n_r = \frac{mv}{m_0 c} = \sqrt{\frac{V^2 + 2VV_0}{V_0^2}}.$$

C'est bien l'expression (8) trouvée au chapitre premier.

Il faut bien voir pourquoi c'est l'expression de n_r qui est exacte dans le cas relativiste et non n_c.

Cela tient au fait suivant :

Dans l'expression $W = h\nu$ qui est à l'origine de tous nos raisonnements, W est l'énergie totale (somme des énergies interne, cinétique et potentielle) :

$$W = E_i + E_c + E_p = mc^2 - eV$$

car :

$$E_i + E_c = mc^2.$$

L'origine des potentiels est arbitraire et si nous posons $V = 0$ au point où $v = 0$, on a :

$$cV = mc^2 - m_0c^2$$

et :

$$W = m_0c^2 = h\nu_0.$$

Nous devons naturellement conserver la relation $\lambda = \frac{h}{mv}$ qui est une loi expérimentale, et il vient pour n :

$$n_r = \frac{c}{w} = \frac{c}{\lambda\nu_0} \qquad (w, \lambda, \nu) \text{ de l'onde associée.}$$

En remplaçant λ et ν par leur valeur, il vient :

$$n_r = \frac{c.mv\ h}{h.m_0c^2} = \frac{mv}{m_0c}$$

qui est bien l'expression trouvée plus haut.

Mais si nous admettons cette manière de voir, nous sommes conduits à une expression de la vitesse de phase qui est :

$$w = \frac{W}{p} = \frac{m_0c^2}{mv} = \frac{c^2}{v}\sqrt{1-\beta^2}$$

et on ne voit pas très bien comment cette expression peut se concilier avec la valeur $w = \frac{c^2}{v}$, précisément obtenue pour des raisons d'inva-

riance relativiste. Cette vitesse de phase tendrait de plus vers o quand v tend vers c. Le résultat est assez troublant. Cette expression de la vitesse de phase se retrouve explicitement dans l'ouvrage de Brüche et Scherzer (*Géométr. électr.*, p. 21). La valeur de w est la suivante :

$$w = \frac{c^2}{v} - \frac{eV}{m_0 v}\sqrt{1-\beta^2}.$$

Si on fait choix de l'origine des potentiels $v = 0$, $V = 0$, on a :

$$w = \frac{c^2}{v}\sqrt{1-\beta^2}$$

qui est l'expression que nous avons donnée plus haut.

Ces mêmes auteurs remarquent d'ailleurs que W et n dépendent du choix de l'origine des potentiels, mais il faut bien remarquer que l'expression paradoxale de w ne tient pas au choix de l'origine des potentiels mais au fait que l'expression de W_t est constante quelle que soit la vitesse du corpuscule.

Nous allons arriver aux mêmes conclusions si nous partons d'une expression de l'indice donné par M. Louis de Broglie (*Introduction de la mécanique ondulatoire*, p. 72) :

$$n = \sqrt{\left(1 - \frac{F}{h\nu}\right)^2 - \frac{\nu_0^2}{\nu}} \qquad (7)$$

F : fonction potentielle :

$$m_0 c^2 = h\nu_0.$$

Si on pose $W = mc^2 + F$ quelques transformations donnent facilement :

$$n = \frac{c^2 \beta m}{W}.$$

Si on pose $W = m_0 c^2$, on a :

$$n = \frac{v}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Si on pose $W = mc^2$, on a :

$$n = \frac{v}{c}.$$

Une circonstance analogue se produit si nous prenons les formules données par M. Louis de Broglie (*C. R. de l'Académie des Sciences* du 26-7-1926, p. 273). Ces formules sont relativistes. Dans le cas où le corpuscule est en dehors du champ, l'expression de l'indice est :

$$n = \sqrt{1 - \frac{m_0^2 c^4}{h^2 \nu^2}}$$

et en prenant $h\nu = mc^2$, on a :

$$n = \frac{c}{v} .$$

Dans le cas le plus général où le corpuscule est dans un champ dérivant du potentiel scalaire v et du potentiel-vecteur $\overline{A}$, la formule de l'indice est (θ étant l'angle de $\overline{A}$ et de la direction de propagation) :

$$n\theta = \frac{c}{h\nu}\left[eA\cos\theta + \sqrt{\left(\frac{h\nu - eV}{e}\right)^2 - m_0^2c^2 - e^2A^2\sin^2\theta}\right]$$

si $A = 0$ et si on prend $V = 0$ pour $v = 0$ on retrouve bien $n = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$ en prenant $h\nu = m_0c^2$. L'auteur précise bien d'ailleurs que ν doit être constant. On serait tenté de dire un peu hâtivement que l'expression $n = \frac{v}{c}$ est la valeur de l'indice $n = \frac{v}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ quand la vitesse du corpuscule est faible, c'est-à-dire quand m peut être confondu avec m_0. En réalité c'est avec m qu'on obtient la valeur classique v/c et avec m_0 la valeur relativiste correcte.

En réalité tous ces résultats viennent de formules relativistes. La difficulté est ailleurs.

Le choix de l'expression $W = mc^2 = h\nu$ résulte de l'étude d'un corpuscule en dehors du champ. C'est ce qui arrive si on fait brusquement $F = 0$ dans l'expression (7). On a la valeur de l'indice $n = v/c$. Mais il ne faut pas trop s'attarder à ces expressions de l'indice dans le cas d'un corpuscule en dehors du champ. Dans ce cas en effet, le mouvement du corpuscule est rectiligne et uniforme et il n'y a aucune réfraction. Comme v/c est constant et comme l'indice n'est défini qu'à une constante multiplicative près, on peut aussi bien écrire $n = v/c$ ou :

$$n = \frac{v}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} .$$

Discussion I.

Le point important qu'il faut mettre en lumière est le suivant : quand, pour un corpuscule libre on choisit $W = mc^2$ on a W_i qui est égal à la somme de l'énergie interne et de l'énergie cinétique. On oublie en quelque sorte, de quelle manière le corpuscule a été porté à la vitesse v. L'origine de cette vitesse peut être due aussi bien à un choc mécanique qu'au passage dans un champ de force. Si pour ce même corpuscule on avait choisi une autre énergie W_2 quelconque les conséquences pratiques ne seraient pas changées.

En effet dans le premier cas on aurait :

$$\nu_1 = \frac{W_1}{h} \qquad \lambda = \lambda_1 = \frac{h}{p} \qquad w_1 = \lambda\nu_1 \qquad n_1 = \frac{c}{w_1}$$

et dans le second :

$$\nu_2 = \frac{W_2}{h} \qquad \lambda = \lambda_2 = \frac{h}{p} \qquad w_2 = \lambda\nu_2 \qquad n_2 = \frac{c}{w_2}.$$

La seule grandeur accessible à l'expérience, λ, reste la même.

D'ailleurs si on se réfère à l'équation de propagation :

$$\Delta\psi + \frac{4\pi^2\nu^2}{c^2} n^2\psi = 0$$

on voit aisément que :

$$n\nu = \frac{c}{w}\nu = \frac{c\nu}{\lambda\nu} = \frac{c}{\lambda}$$

et qu'au fond l'équation s'écrit :

$$\Delta\psi + \frac{4\pi^2}{\lambda^2}\psi = 0$$

où ne figure que la grandeur λ. Les grandeurs n et ν et W, w n'apparaissent que comme des intermédiaires de calcul qui ne sont définis qu'à une constante multiplicative près. Comme sur toute la trajectoire du corpuscule n, ν et w restent constants, et inaccessibles à l'expérience, le choix initial de W ne semble pas fondamental.

Il faut noter cependant que l'expression de la vitesse de phase :

$$w = \lambda\nu = \frac{h}{mv}\frac{W}{h} = \frac{W}{mv}$$

ne prend sa valeur classique $\frac{c^2}{v}$ que si $W = mc^2$.

Sans doute serait-on tenté de dire que la relation $\lambda = \frac{h}{mv}$ est *démontrée* à partir des relations $W = mc^2 = h\nu$, $w = \lambda\nu$ et $\nu w = c^2$.

A notre avis cette série logique ne s'impose pas absolument. Il est préférable de partir de $\lambda = h/mv$ vérifiée comme loi expérimentale et de remonter la série des raisonnements pour atteindre les grandeurs n, ν, w, si vraiment on veut leur donner un sens physique.

Discussion II.

Tout ceci s'éclaire d'une manière encore plus brutale dans le cas d'un corpuscule en mouvement dans un champ de force.

Nous avons vu en effet que pour être en accord avec les formules généralement admises par les auteurs et la formule de l'indice donné au chapitre premier, on était conduit à adopter pour les grandeurs

liées à un corpuscule en mouvement dans un champ permanent les relations suivantes :

$$W = h\nu_0 \qquad n = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad w = \frac{c^2}{v}\sqrt{1-\beta^2}$$

dans le cas où l'on pose $V = 0$ quand $v = 0$.

Si on laisse l'origine des potentiels indéterminée, on a un potentiel U au point où $v = 0$. D'où :

$$W' = m_0c^2 - eU$$

et :

$$\nu' = \frac{m_0c^2 - eU}{h}$$

$$n' = \frac{c}{\lambda\nu'} = \frac{c.mv.h}{h(m_0c^2 - eU)} = \frac{m.c.v}{m_0c^2 - eU} \qquad w' = \frac{m_0c^2 - eU}{mv}.$$

Soit :

$$W' = kW \qquad w' = kw \qquad \nu' = k\nu_0 \qquad n' = \frac{n}{k}$$

avec :

$$k = \frac{m_0c^2 - eU}{m_0c^2}.$$

Le fait de changer l'origine des potentiels est donc assez secondaire, il en résulte simplement une multiplication par un coefficient constant. Pour l'indice en particulier ce résultat n'est pas du tout gênant. Nous allons par contre insister sur les points suivants :

1° Tout le long de son parcours le corpuscule est accompagné par une onde de fréquence constante, quelle que soit la vitesse du corpuscule. La longueur d'onde varie avec la vitesse et a toujours la valeur $\lambda = h/mv$. Or cette fréquence constante ν_0 est précisément celle que l'on considère comme valable dans le système propre de coordonnées où la particule est au repos.

2° La vitesse de phase w' calculée d'après la relation $\lambda\nu' = w'$ est :

$$w' = \frac{m_0c^2 - eU}{m_0c}\,\frac{m_0c}{mv} = \frac{m_0c^2 - eU}{m_0c^2}\,\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}$$

w' tend vers 0 quand la vitesse du corpuscule tend vers c.

Ce résultat est vraiment paradoxal et contredit notre manière courante de raisonner ($w = c^2/v$). Remarquons toutefois qu'il serait possible de conserver la relation $w = c^2/v$ à condition d'admettre les relations suivantes :

$$W = h\nu_0 \qquad w = \frac{\lambda\nu_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{c^2}{v} \qquad n = \frac{c}{w\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{v}{c\sqrt{1-\beta^2}}$$

ou encore de revenir à $W = mc^2$ et poser :

$$W = mc^2 = h\nu \qquad w = \lambda\nu = \frac{c^2}{v} \qquad n = \frac{c}{w\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{v}{c\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Ceci peut paraître quelque peu artificiel, mais il faut bien reconnaître que la définition de l'indice $n = c/w$ résulte d'une simple analogie avec les ondes lumineuses et non d'un résultat expérimental. Quoi qu'il en soit, il y a là une difficulté logique qui ne semble pas avoir été mise en évidence jusqu'ici et qui montre combien il faut être prudent dans les énoncés relatifs aux fréquences et indices des ondes électroniques.

M. Louis de Broglie a bien voulu nous faire remarquer en analysant le processus d'accélération d'un électron dans un condensateur, qu'on fausse le problème physique en attribuant à l'électron une énergie totale qui en réalité, appartient en partie aux charges du condensateur.

S'il faut conserver l'expression :

$$n = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

il est inacceptable de dire que l'énergie totale de l'électron ne varie pas dans le champ, et il faut considérer comme inexacte l'expression :

$$w = \frac{c^2}{v}\sqrt{1-\beta^2} \quad \text{de la vitesse de phase.}$$

Nous ne voulons pas insister sur un développement théorique qui serait hors du sujet de notre thèse. Nous avons voulu montrer simplement que les expressions de la vitesse de phase donnée par Brüche et Scherzer ne doivent pas être retenues et nous pensons que la démonstration de la valeur de l'indice relativiste obtenue en dehors des notions d'indice et de fréquence à l'intérêt d'éviter de passer par l'intermédiaire de la délicate notion de vitesse de phase.

CHAPITRE II

Les éléments du premier ordre des lentilles électroniques électrostatiques.

A. — Les systèmes centrés électrostatiques (généralités, cas classique).

Un système centré électrostatique est constitué par un assemblage de conducteurs de révolution autour d'un axe et percés au centre pour permettre le passage du faisceau électronique. Ces conducteurs sont isolés les uns des autres et portés à des potentiels variés. Ils peuvent être de formes très diverses : cylindriques, disques, etc.

On définit ainsi un champ électrostatique dont les équipotentielles sont des surfaces de révolution (fig. 2).

Le faisceau électronique est produit par un canon à électrons représenté schématiquement par un filament émetteur et une anode d'accé-

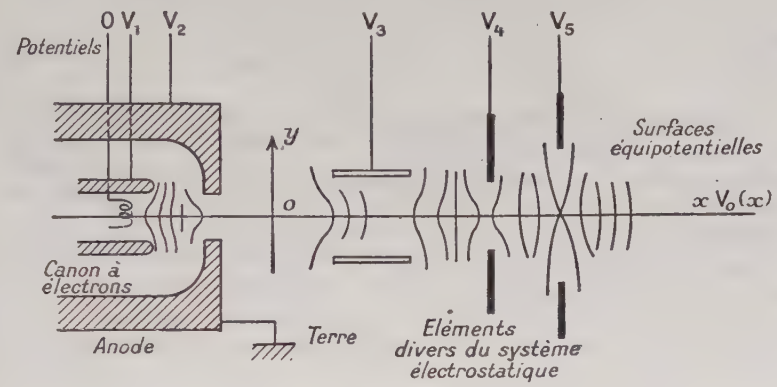

Fig. 2.

lération. Pratiquement cette anode est mise à la terre et les divers éléments du système centré sont portés aux potentiels convenables au moyen d'une source haute tension stabilisée. Pour le calcul il est commode de choisir comme origine le potentiel de la cathode d'émission. On peut alors écrire :

$$\frac{1}{2} mv^2 = eV$$

et ne considérer que des potentiels positifs. Nous ferons cette hypothèse dans toute la suite de cet exposé.

Schéma du système centré :

Equation générale des trajectoires planes (dynamique classique). — Soit Ox l'axe de révolution et Oy un axe perpendiculaire (fig. 3).

$V(x.y)$ l'expression du potentiel en un point quelconque,

$V_0(x)$ l'expression du potentiel sur Ox et

$y(x)$ l'équation de la trajectoire d'une particule de masse m et de charge e, R le rayon de courbure de

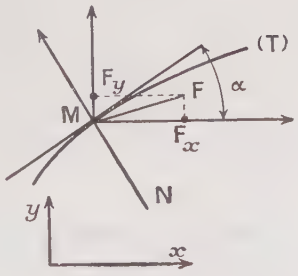

Fig. 3.

la trajectoire et F_n la composante normale de la force F. On a :

$$F_n = -F_x \sin\alpha + F_y \cos\alpha = \frac{mv^2}{R} = \frac{2eV}{R}$$

$$F_n = e\left[-\frac{V'_x y'}{(1+y'^2)^{1/2}} + \frac{V'_y}{(1+y'^2)^{1/2}}\right] = \frac{2eVy''}{(1+y'^2)^{3/2}}$$

soit :

$$(1+y'^2)(V'_x y' - V'_y) + 2V''_y = 0. \qquad (1)$$

Equation des trajectoires planes dans le cas de l'approximation de Gauss. — L'équation précédente est rigoureuse en mécanique classique. Mais en optique électronique, comme en optique lumineuse, le cas des rayons peu inclinés sur l'axe (approximation de Gauss) présente une grande importance pratique.

Nous allons chercher l'équation des trajectoires dans ce cas particulier. Pour cela nous nous servirons des développements en série de $V(xy)$, V'_x, V'_y de $V_0(o,x)$ et de ses dérivées, obtenues grâce à la relation $\Delta V = o$. Il vient en écrivant simplement $V(x.y) = V$ et $V(x.o) = V_0$:

$$V = V_0 - \frac{y^2}{2^2} V''_{0.x} + \frac{y^4}{2^2.4^2} V^{IV}_{0.x} + \dots$$

$$V'_x = V'_{0.x} - \frac{y^2}{2^2} V'''_{0.x} + \frac{y^4}{2^2.4^2} V^{V}_{0.x} + \dots$$

$$V'_y = -\frac{y}{2} V''_{0.x} + \frac{y^3}{2^2.4} V^{IV}_{0.x} + \dots$$

En portant ces expressions dans l'équation (1) et en limitant aux termes du premier ordre en y, y', y'', on a :

$$4V_0 y'' + 2V'_0 y' + V''_0 y = 0 \qquad (2)$$

toutes les dérivées étant évidemment prises par rapport à x.

Equation des trajectoires gauches. — Dans le cas où la vitesse

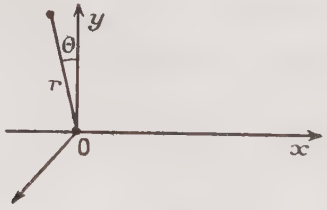

Fig. 4.

initiale des corpuscules n'est pas dans un plan passant par l'axe, il est utile d'étudier l'équation différentielle des trajectoires gauches correspondantes.

Soit r, θ et x les coordonnées cylindriques d'un point. Ox est toujours l'axe de révolution.

Les équations du mouvement sont :

$$\begin{aligned} m x''(t) &= e \frac{\partial V}{\partial x} \\ m(r_t'' - r\theta_t'^2) &= e \frac{\partial V}{\partial r} \\ \frac{m}{e} \frac{d}{dt}(r^2\theta') &= 0. \end{aligned} \tag{3}$$

L'équation des forces vives donne de plus :

$$\frac{m}{2}(x_t'^2 + r_t'^2 + r^2\theta_t'^2) = eV.$$

Si nous nous limitons à l'approximation de Gauss, on a :

$$x_t'^2 = \frac{2eV_0}{m} \qquad \frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}}$$

d'où :

$$r't = r_x' \sqrt{\frac{2eV_0}{m}} \qquad r_t'' = r_x'' \frac{2eV_0}{m} + r_x' \frac{e}{m} \frac{V_{0.x}'}{\sqrt{V_0}}$$

et la deuxième équation (3) s'écrit en prenant x comme variable :

$$m\left(r_x'' \frac{2eV_0}{m} + r_x' \frac{e}{m} \frac{V_{0.x}'}{\sqrt{V_0}} - r\theta_x'^2 \frac{2eV_0}{m} \right) = -e \frac{r}{2} V_{0.x}''$$

ou encore :

$$4V_0(r_x'' - r\theta_x'^2) + 2V_{0.x}' r_x' + V_{0.x}'' r = 0 \tag{4}$$

et la troisième équation (3) s'écrit :

$$\frac{m}{e} r^2 \theta_x' \sqrt{\frac{2eV_0}{m}} = \text{C}^{\text{te}} = c. \tag{4'}$$

Au lieu de r prenons la variable complexe $u = re^{i\theta}$. Les équations (4) et (4') deviennent alors :

$$4V_0 u'' + 2V_0' u' + V_0'' u = 0$$

$$\frac{d\theta}{dx} = \sqrt{\frac{e}{2mV_0}} \frac{c}{u^2} e^{2i\theta} = \sqrt{\frac{V_a}{V}} \theta_a' \left(\frac{r_a}{u} \right)^2 e^{2i\theta}. \tag{5}$$

Notons que la première équation (5) reste vraie dans le cas d'un champ électromagnétique le plus général mais avec une définition de θ un peu différente.

Equation relativiste des trajectoires planes. — Nous allons voir comment il faut transformer l'équation (2) pour obtenir l'équation relativiste des trajectoires planes.

La relation $R = \frac{mv^2}{F_n}$ où m est la masse relativiste et F_n la projection de la force sur la normale est exacte en mécanique relativiste. Cela résulte de la relation :

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}.$$

Nous avons déjà obtenu au premier chapitre à propos de l'indice relativiste la relation :

$$mv^2 = e\,\frac{V^2 + 2VV_0}{V + V_0} \qquad \text{où} \qquad m_0c^2 = eV_0$$

on a alors :

$$F_n = e\left[-\frac{V'_x y'}{(1+y'^2)^{1/2}} + \frac{V'_y}{(1+y'^2)^{1/2}}\right] = e\,\frac{V^2 + 2VV_0}{V + V_0}\,\frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}}$$

soit :

$$(1+y'^2)(V'_x y' - V'_y)(V + V_0) + y''(V^2 + 2VV_0) = 0 \qquad (6)$$

équation rigoureuse qui devient à l'approximation de Gauss, quand on remplace $V(x.y)$ et ses dérivées par $V(x.0)$ et ses dérivées par rapport à x :

$$4Vy'' + 2V'y' + yV'' = \frac{2V^2}{V + V_0}\,y'' \qquad \text{avec} \qquad V = V(x.0). \qquad (7)$$

Si V est petit devant V_0, c'est-à-dire si la tension accélératrice est petite $V \ll 500\,000$ électrons-volts le terme du 2e membre est négligeable et on retrouve l'équation (2) classique.

B. — Caractéristiques des systèmes centrés dans le cas de l'approximation de Gauss et de la mécanique classique

I. — *La correspondance objet-image.* — Reprenons l'équation (5) :

$$4Vu'' + 2V'u' + V''u = 0$$

c'est une équation linéaire et homogène à coefficients quelconques. Soit deux solutions particulières réelles de l'équation (1) :

r_1 qui pour	$x = a$	donne	$r_1 = 0$	$r'_1 = 1$
r_2 qui pour	$x = a$	donne	$r_2 = 1$	$r'_2 = 0.$

La solution générale des trajectoires pour lesquelles les conditions initiales sont r_a, r'_a, θ_a est :

$$u = [(r'_a + ir_a\theta'_a)r_1 + r_a r_2]e^{i\theta_a}$$

somme de deux solutions particulières et telle que en $x = a$, on a bien et u_a, u'_a. Au point B où la trajectoire (r_1) recoupe l'axe Ox, on a $r_1 = 0$ et $u_B = r_a r_2(b) e^{i\theta_a}$, cette valeur est indépendante de θ'_a et r'_a. Ceci démontre que tous les électrons issus de A convergent au point B et on définit ainsi une optique à l'approximation de Gauss.

On voit de plus que $\theta_b = \theta_a$ c'est-à-dire que l'objet, l'image et l'axe de révolution sont dans un même plan.

Enfin $r_b = r_a r_2(b)$ ce qui établit que l'image est une figure homothétique de l'objet et qu'à un plan objet correspond un plan image.

Il en résulte que pour étudier les problèmes du premier ordre il suffit de se limiter au cas des trajectoires planes définies par l'équation (1).

Correspondance homographique entre les abscisses de l'objet et de l'image. — Nous allons nous placer dans un plan passant par l'axe (fig. 5).

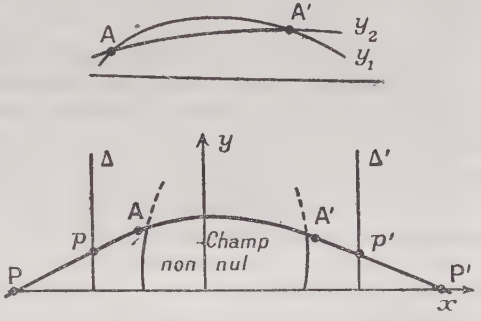

Fig. 5.

Toutes les trajectoires issues d'un point A de l'espace image convergent vers un point A' de l'espace objet comme nous l'avons établi plus haut.

Si Y_1 et Y_2 sont les équations des deux trajectoires particulières passant par A et A', l'ensemble des trajectoires est représenté par l'équation dépendant d'un paramètre k :

$$Y = Y_1 + k(Y_2 - Y_1).$$

Si A et A' sont en champ nul et si P et P' sont deux points correspondants sur l'axe, les parties PA et P'A' sont rectilignes.

Deux droites parallèles à Oy, Δ et Δ' coupent les trajectoires en p et p' et on a de toute évidence, si Rh désigne le rapport anharmonique :

$$Rh(P) = Rh(p) = Rh(k) = Rh(p') = Rh(P').$$

Il y a donc correspondance homographique entre les éléments P et P'. Donc comme dans le cas des systèmes centrés de l'optique classique on peut définir tous les éléments optiques du 1er ordre à partir des éléments caractéristiques de l'homographie, foyers, points doubles. Toutes les formules bien connues restent valables. En particu-

lier la formule classique $\overline{FP}.\overline{F'P'} = \overline{\Pi F}.\overline{\Pi' F'}$ où Π et Π' sont les plans principaux.

Sans doute devions-nous nous attendre à ce résultat puisque, par la notion d'indice équivalent, nous avons montré qu'un système d'optique électronique se ramène à un système d'optique classique d'indice variable de manière continue.

Mais pour faire un raisonnement correct à partir des démonstrations élémentaires de l'optique, il eût fallu envisager un empilement de lentilles minces en nombre infini et passer ensuite à la limite. Nous verrons à propos des aberrations combien il faut être prudent dans ces analogies.

Propriétés d'invariance relatives à la masse et à la charge électrique. — Reprenons l'équation (2) :

$$4Vy'' + 2V'y' + V''y = 0$$

des trajectoires planes en mécanique classique.

Ni la charge, ni la masse des particules ne figurent dans cette équation, donc si les autres paramètres ne changent pas, les éléments optiques seront les mêmes pour des électrons, des protons, des particules α, etc. Ce résultat qui résulte également si l'on veut, du fait que l'indice équivalent $n = k\sqrt{V}$ ne dépend que du potentiel V, est essentiel en optique électrostatique.

En optique magnétique le rôle de la masse est au contraire prépondérant et une lentille conçue pour focaliser des électrons aurait des caractéristiques entièrement différentes pour des protons.

Remarquons bien d'ailleurs que cette indépendance est vraie sur l'équation (1) et ne dépend pas de l'approximation de Gauss. Nous devons dire cependant que ce résultat n'est rigoureux qu'en dynamique classique en ce qui concerne la masse. En effet dans la formule relativiste (7) :

$$4Vy'' + 2V'y' + V''y = \frac{2V^2}{V + m_0c^2}\, y'' \qquad (7)$$

la masse propre m_0 intervient, comme on peut le voir également dans l'expression de l'indice relativiste.

$$n_r = k\sqrt{\frac{V^2 + 2VV_0}{V_0^2}} \qquad \text{où } V_0 = m_0c^2$$

mais tant sur la formule (7) que sur l'expression de n_r, on remarque aisément que toutes choses égales d'ailleurs, l'influence de la masse est d'autant plus faible que m_0 est plus grand. C'est ainsi que dans tous les cas où l'approximation classique sera suffisante pour des

électrons, on aura à plus forte raison le droit de l'appliquer aux particules lourdes.

Notons enfin que ces relations d'invariance supposent essentiellement nos conditions initiales, c'est-à-dire un choix des potentiels tels qu'on ait à chaque instant $1/2\ mv^2 = eV$. Autrement dit les corpuscules doivent non seulement traverser un même système optique, mais être initialement accélérés sous les mêmes tensions.

Propriétés d'invariance par rapport aux tensions. — Si on multiplie toutes les tensions par un facteur k, les expressions V, V′, V″ sont multipliées par k. L'équation (2) reste la même et les trajectoires ne changent pas. Il en résulte que dans les systèmes électrostatiques, il suffit d'alimenter les lentilles et le canon à électrons par une même source de tension pour obtenir l'achromatisme. Dans ces conditions on a même pu obtenir des images en courant alternatif. C'est là un avantage considérable des systèmes purement électrostatiques qu'ils n'exigent pas une haute tension parfaitement stabilisée comme c'est le cas pour les systèmes établis avec des lentilles magnétiques. Il faut encore noter que ce résultat n'est valable qu'autant que l'équation (2) l'est. En mécanique relativiste, au contraire V, V′, V″ ne figurent pas de façon homogène dans l'équation (7).

Nous verrons au chapitre suivant dans quelle mesure il faut stabiliser pour que cette « aberration de relativité » devienne négligeable devant les autres.

Propriétés d'homothétie géométrique. — Multiplions par un même facteur k tous les éléments géométriques d'un système centré électrostatique déterminé. Soit U le potentiel axial dans le nouveau système.

On a :

$$\begin{aligned} V(x) &= U(kx) \\ V'(x) &= kU'_x \\ V''(x) &= k^2 U''_x \\ X &= kx \end{aligned}$$

Si $z(X)$ est la trajectoire électronique dans le nouveau système on voit en prenant :

$$z(X) = y(x) \qquad kz'_x = y'_x \qquad k^2 z''_x = y''_x$$

qu'on obtient en portant ces valeurs dans (2) :

$$k^2(4Uz'' + 2U'z' + U''z) = 0.$$

$z(X)$ est donc une solution dans le nouveau système, on l'obtient par une affinité k par rapport à x dans le nouveau système. Il en

résulte que les éléments optiques, foyers et plans principaux sont modifiés homothétiquement dans le rapport k (fig. 6).

L'importance de cette remarque apparaît lorsque l'on cherche à

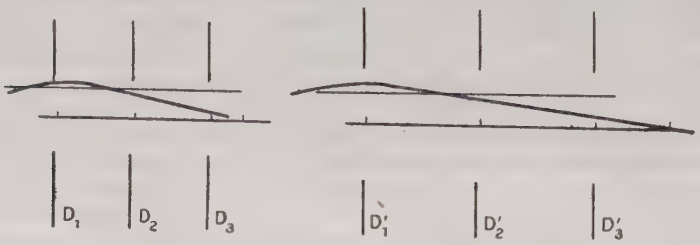

Fig. 6.

obtenir des distances focales aussi petites que possible et compatibles avec les distances d'éclatement des éléments du système centré. Notons que ce résultat est encore vrai si on prend l'équation (7). Il est donc valable en mécanique relativiste.

Calcul des éléments optiques du 1^er^ ordre pour les systèmes minces. — L'équation (2) classique :

$$4\mathrm{V}y'' + 2\mathrm{V}'y' + \mathrm{V}''y = 0$$

peut encore s'écrire :

$$\frac{d(\sqrt{\mathrm{V}}y')}{dx} = \frac{-y}{4\sqrt{\mathrm{V}}}\,\mathrm{V}''$$

soit encore :

$$y'_x = y'_a - \frac{1}{4\sqrt{\mathrm{V}}}\int_a^x \frac{y\mathrm{V}''}{\sqrt{\mathrm{V}}}\,dx. \qquad (8)$$

On voit ainsi qu'il est facile d'obtenir y' donc y par une méthode d'approximations successives.

Dans le cas des systèmes minces ou lentilles minces on admet que la zone où V est variable est petite par rapport à la distance focale.

Ainsi une trajectoire qui est initialement parallèle à Ox ($y'_a = 0$) est telle que y peut être considéré comme constant pendant la traversée du système.

La valeur de y'_b à la sortie est alors, si on choisit $y = 1$:

$$\frac{1}{f} = y'_b = \frac{1}{4\sqrt{\mathrm{V}_b}}\int_S \frac{\mathrm{V}''}{\sqrt{\mathrm{V}}}\,dx \qquad (9)$$

l'intégrale étant prise pour la traversée (S) du système où $\mathrm{V}'' \neq 0$, f étant la distance focale. Nous devons rapprocher cette expression de la distance focale, de celle des lentilles magnétiques :

$$\frac{1}{f} = \frac{e}{8m\mathrm{V}_b}\int_S \mathrm{H}^2 dx$$

et noter le rôle que jouent e et m dans cette formule (10) alors que ces éléments ne figurent pas dans (9).

Mais si ces relations peuvent être utilisées pour obtenir rapidement une approximation, d'ailleurs un peu grossière de la distance focale par une simple intégration, elles sont tout à fait insuffisantes pour donner des résultats corrects dans le cas de systèmes épais. Or ce cas est précisément celui des lentilles à courts foyers des microscopes électroniques. Nous allons l'examiner en détail dans le paragraphe suivant.

C. — Etude détaillée des éléments du 1er ordre des lentilles symétriques électrostatiques

La connaissance des éléments du 1er ordre (ou cardinaux) des systèmes centrés électrostatiques les plus généraux serait pratiquement très utile pour établir les avant-projets d'optique électronique. Quelques études assez poussées ont été faites dans certains cas particuliers. C'est ainsi que Johannson a établi les caractéristiques d'un objectif à immersion (7).

Mais il est très difficile de présenter une méthode permettant d'obtenir ces éléments pour un système quelconque. Il y a là une grosse différence avec l'optique de la lumière, où la connaissance des rayons de courbures des lentilles et de leurs indices suffisent pour faire toute l'étude géométrique des systèmes.

Détermination de V, V′, V″. — Nous nous trouvions en effet en face du problème suivant : L'équation différentielle (2) qui détermine les trajectoires à l'approximation de Gauss est du second ordre, homogène et linéaire, mais les coefficients V, V′, V″ sont des fonctions de x dont il est très difficile d'obtenir l'expression analytique à partir de la géométrie du système centré. Il est donc nécessaire de connaître la fonction V par une détermination expérimentale. A cet effet, nous avons construit au Laboratoire de Physique Expérimentale du Collège de France une cuve rhéographique, sous la direction de M. Claude Magnan et en collaboration avec M. André Ertaud.

Dans une thèse intitulée : *Construction d'une cuve rhéographique et calcul des lentilles électroniques*, et soutenue par M. Ertaud, les problèmes techniques de construction de la cuve et l'analyse des diverses méthodes permettant la connaissance de la fonction V sont étudiés en détail. Nous nous contenterons de résumer ceci en quelques lignes.

Dans une cuve en bois de 1 m., 2 m. et de 70 cm. de hauteur, remplie d'eau ordinaire, ou mieux d'eau distillée, sont plongés des conducteurs en laiton reproduisant à un agrandissement convenable

(de l'ordre de 100) la géométrie du système électronique. Ces conducteurs sont portés à des potentiels proportionnels à ceux effectivement appliqués sur le système centré.

Bien entendu, le système étant de révolution on se contente de réaliser la moitié du modèle, puisque l'exploration se faisant dans un plan passant par l'axe de révolution, l'autre moitié serait hors de l'eau. On étudie la distribution des potentiels grâce à une sonde constituée par un petit fil de platine qui pénètre de quelques dixièmes de millimètre sous la surface de l'eau.

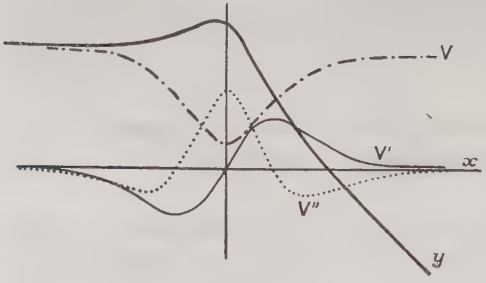

Fig. 7.

Les tensions appliquées sont des tensions alternatives de l'ordre d'une centaine de volts au maximum. On réalise ainsi un pont de mesure dont l'appareil de zéro est un oscillographe cathodique.

On obtient également V'_x par une méthode directe. Il suffit de mesurer δV pour un δx de quelques dixièmes de millimètre. Enfin V'' est déterminée graphiquement à partir de V'. Nous reproduisons V, V', V'' pour une lentille particulière (fig. 7).

Calculs des éléments cardinaux à partir de l'équation (2). — Nous avons vu au précédent paragraphe qu'à partir de l'équation (2) on obtient la relation :

$$y'_x = y'_a - \frac{1}{4\sqrt{V}} \int_a^x \frac{yV''}{\sqrt{V}}\, dx. \qquad (11)$$

On voit ainsi que connaissant $V(x)$ et $V''(x)$ on pourra appliquer facilement une méthode d'itération en partant d'une valeur quelconque de $y(x)$. En fait au bout de trois opérations successives on a une précision de quelques millièmes.

On conçoit aisément que cette détermination de V, V', V'' et l'intégration par approximations successives demandent un travail expérimental long et délicat.

Aussi ne trouve-t-on dans aucune publication des résultats d'ensemble précis relatifs aux systèmes électrostatiques. Il nous était également difficile de résoudre ce problème dans toute sa généralité. Nous nous sommes donc limités à un type de lentilles constituées par trois diaphragmes, que nous allons étudier en détail maintenant.

Les lentilles symétriques à trois diaphragmes (paramètres de définition). — Ces lentilles sont intéressantes pour l'obtention des foyers courts utilisés en microscopie électronique. Elles constituent le modèle le plus simple à partir duquel il est commode de faire des variantes qui ne modifient que fort peu les caractéristiques essentielles.

Nous les représenterons schématiquement de la manière suivante (fig. 8) :

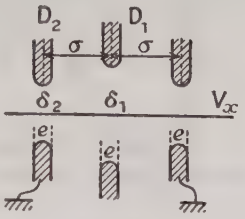

Fig. 8.

Un diaphragme central D_1 de diamètre δ_1 est porté au potentiel kU, deux diaphragmes latéraux D_2 de diamètre δ_2 sont mis à la terre. La lentille reçoit un faisceau d'électrons accélérés sous tension U ; σ est la distance qui sépare les plans médians de D_1 et D_2. L'épaisseur des diaphragmes correspond à la limite acceptable de 0,25 mm. pour des valeurs de σ de 2,5 mm. Nous choisirons donc pour l'instant une épaisseur $e < \sigma/10$. Nous verrons que dans ces conditions l'influence de e est négligeable. Le système est donc défini par les paramètres $\delta_1 \delta_2 k$ et σ. Mais en tenant compte de la relation d'homothétie, on peut fixer un de ces paramètres. Soit par exemple σ ; ce choix est commode car au point de vue expérimental il donne la tension maximum qu'il est possible d'appliquer à la lentille.

Dans la suite de cet exposé nous prendrons $\sigma = 1{,}7$ mm. ce qui, à partir des abaques publiées, permet une estimation rapide des éléments cardinaux pour toutes les valeurs de σ et correspond au cas pratique des lentilles alimentées sous 60 000 volts.

Remarque sur le calcul des distances focales. — Sans entrer dans le détail des mesures et des calculs indiqués par M. Ertaud [23] nous devons signaler une difficulté qui se présente pour l'étude du potentiel au voisinage des petits diaphragmes latéraux des lentilles électrostatiques.

Au voisinage de ces électrodes, en effet, la dérivée V″ devient infiniment grande pendant un très court intervalle et le calcul par approximation est très imprécis. Aussi pour calculer le foyer limite dans le cas $\delta_2 \to 0$ nous avons adopté la méthode suivante consistant à considérer une très petite ouverture comme une lentille mince. On peut alors considérer y et V comme constants et écrire :

$$y'_x = y'_a - \frac{y_a}{4V} \int_a^x V'' dx = y'_a - \frac{y_a \Delta V'}{4V}$$

$\Delta V'$ étant la variation de V′ à la traversée de la petite ouverture.

Pour une lentille symétrique, par exemple à trous latéraux infini-

ment petits on a $\Delta V' = V'_a$ donnée par la tangente de $V(x)$ au diaphragme d'entrée (fig. 9).

Cette méthode nous a servi pour l'étude des distances focales des lentilles symétriques lorsque les diaphragmes latéraux tendent vers o. Nous en verrons une application pour la recherche de la lentille de foyer minimum.

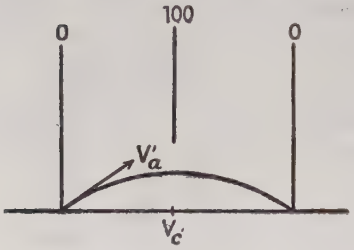

Fig. 9.

Résultats relatifs aux distances focales des lentilles épaisses. — Nous avons calculé les distances focales d'un grand nombre de lentilles d'après les mesures de potentiel faites à la cuve rhéographique. Nous indiquons tout d'abord deux règles pratiques qui se dégagent assez simplement de l'analyse des résultats obtenus, enfin dans un tableau d'ensemble on lira avec précision les distances focales correspondant aux lentilles épaisses étudiées. Au delà de ces valeurs, pour $f > 3\sigma$ on est dans un domaine sans gros intérêt pratique pour la réalisation des objectifs très convergents, aussi ne nous y sommes-nous pas attardés.

Distance focale des lentilles symétriques pour $\sigma = 1{,}7$ *mm. et* $K = 1$ *en fonction de* V'/V. — L'élément optique fondamental d'un système centré est la distance focale. Il est intéressant de chercher à

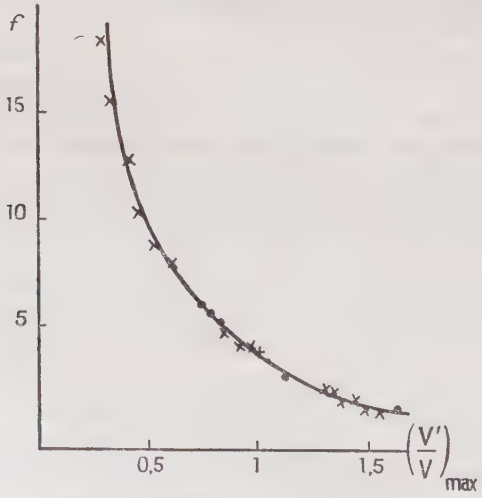

Fig. 10.

relier cette grandeur d'une manière aussi simple que possible au potentiel. Or nous avons précisément trouvé une relation empirique simple en cherchant à exprimer f en fonction de la grandeur $g = (V'/V)_{max}$. Il se trouve que pour $k = 1$ f ne dépend que de g et pratiquement pas de δ_1 et δ_2. En effet si on représente f en fonction de g pour environ 60 lentilles différentes on obtient des points qui à quelques pour cent près se placent sur l'hyperbole (fig. 10) :

$$f_{mm} = \frac{2,2}{(V'/V)_{max} - 0,3}.$$

Cette formule n'est vraie bien entendu que dans un système où l'unité de longueur est le millimètre. Elle est indépendante de l'unité choisie pour V comme on devait s'y attendre. On peut voir sinon une démonstration, du moins une justification théorique de ce fait en remarquant que au point où V'/V est maximum on a :

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{V'}{V}\right) = \frac{V''V - V'^2}{V^2} = 0$$

soit :

$$\frac{V''}{V} = \left(\frac{V'}{V}\right)^2$$

ou :

$$\frac{1}{\sqrt{V}}\,\frac{V''}{\sqrt{V}} = \left(\frac{V'}{V}\right)^2.$$

Deux lentilles ayant même $\left(\frac{V'}{V}\right)_{max}$ ont également même $\left(\frac{1}{\sqrt{V}}\,\frac{V''}{\sqrt{V}}\right)_{max}$.

Or cette expression est essentielle pour le calcul de y' par approximations successives (formule 8). Dans le cas des lentilles minces où l'on peut conserver une même valeur pour y admettre que y' est petit on peut écrire :

$$y'' \# -\frac{yV''}{4V} \qquad \text{d'où :} \qquad y' = y'_a - \frac{1}{4}\int_a^x \frac{yV''}{V}\,dx.$$

Or l'intégrale de deux surfaces qui sont limitées par deux courbes ayant même maximum, passant par l'origine et tangentes à l'axe des x sont évidemment assez voisines par suite de l'équivalence approximative des aires I et II (fig. 11). Sans insister sur cette indication qui nous a simplement guidés pour trouver une relation simple entre V, V', V'', nous remarquerons que cette expression que nous donnons de f pour des lentilles épaisses donne une règle empirique commode.

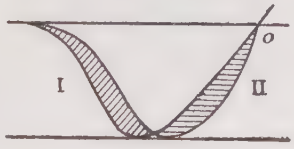

Fig. 11.

Avant de commencer un calcul rigoureux, toujours nécessaire, mais long, il est utile, à la seule inspection de $(V'/V)_{max}$ que l'on peut

obtenir très vite à la cuve, en se bornant à faire un tracé au voisinage de V'_{max} d'avoir une bonne approximation de f ce qui évitera des tâtonnements.

Foyers des lentilles électrostatiques en fonction du potentiel au centre (hypothèse $k = 1$). — En examinant l'ensemble des résultats obtenus à la cuve rhéographique nous avons trouvé une autre relation empirique extrêmement simple permettant d'obtenir très rapidement la distance focale des lentilles symétriques électrostatiques.

Si V_1 est le potentiel de la lentille centrale, V_c le potentiel au centre on a pour l'ensemble des lentilles étudiées :

$$f = 6{,}5 \frac{V_c}{V_1} \sigma \pm 5\ \text{o/o}.$$

Ce résultat est un peu moins précis que le précédent, mais il est d'une extrême simplicité pratique. On peut le considérer comme exact pour $0{,}02 < V_c/V_1 < 0{,}40$.

Il est remarquable que cette relation soit excellente pour les très petites valeurs de V_c, comme nous l'avons constaté expérimentalement. Au delà de $V_c/V_1 = 0{,}4$, on obtient les valeurs de f trop faibles.

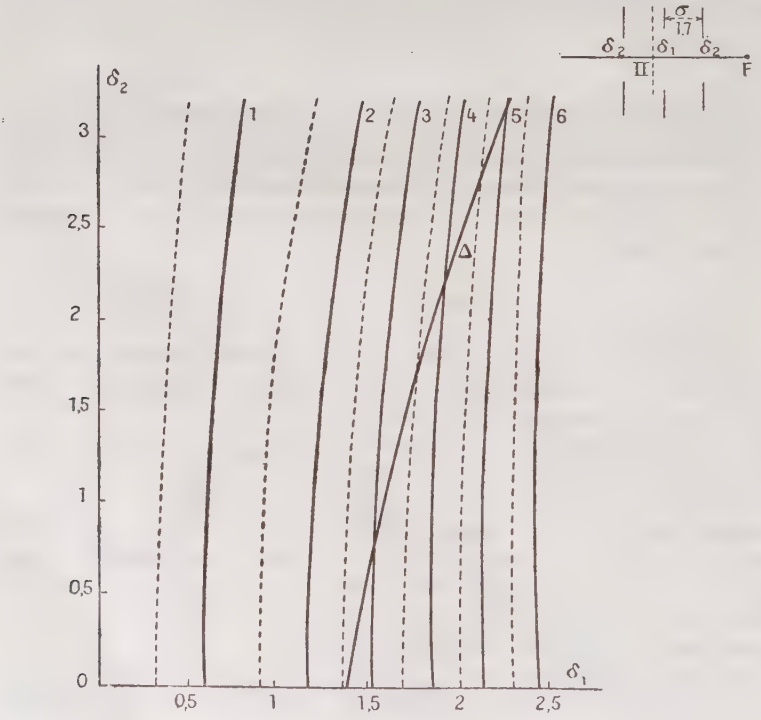

Fig. 12.

Distance focale des lentilles symétriques pour $\sigma = 1{,}7$ *mm. et* $K = 1$ *en fonction de* δ_1 *et* δ_2. — Nous avons cherché à exprimer directement f en fonction de δ_1 et δ_2 sur le graphique ci-joint (fig. 12). Le diamètre du diaphragme central est en abscisse et le diamètre des diaphragmes latéraux est en ordonnée. Les courbes équifoyers sont tracées jusqu'aux valeurs de $f = 6$ mm.

L'examen de ce graphique permet quelques remarques immédiates.

D'une part la distance focale, en première approximation, dépend peu du diamètre des diaphragmes latéraux et, pour les valeurs moyennes est comprise entre 1,3 et 2,5. Ce résultat est important car il montre tout de suite qu'une dyssymétrie même notable, pouvant aller du simple au double, entre l'ouverture d'entrée et l'ouverture de sortie ne modifie que très peu la distance focale.

L'influence relative de δ_1 et δ_2 apparaît d'une manière particulière-

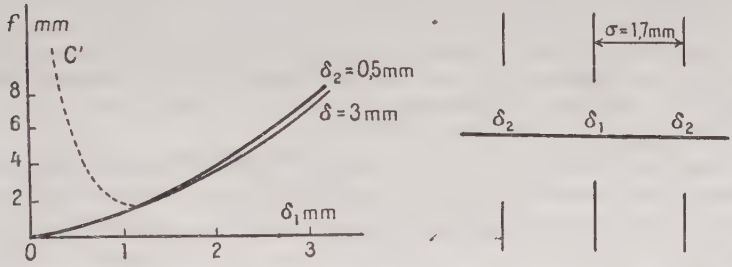

Fig. 13.

ment nette sur le graphique ci-dessus où f est en ordonnée et δ_1 en abscisse. On a tracé quelques courbes pour δ_2 constant (fig. 13).

Il faut bien noter que ces courbes sont établies pour des foyers aussi bien extérieurs qu'intérieurs, mais pour les foyers intérieurs nous avons pris le point où le rayon rencontre l'axe ($F_1\Pi_1$) et non la distance focale correspondant à la tangente au rayon sortant du système optique ($F_2\Pi_2$) (fig. 14).

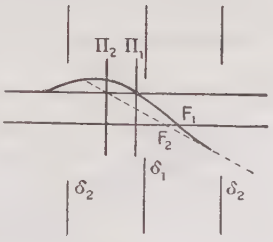

Fig. 14.

On voit sur le tracé en pointillé (courbe C') comment varie le foyer pour les petites valeurs de δ_1, si on prend cette définition. Le système tend à devenir afocal quand δ_1 tend vers 0.

Il faut bien voir que l'emploi du foyer intérieur n'est pas du tout illusoire.

Soit en effet une lentille à foyer intérieur et V_f l'équipotentielle qui passe par le foyer. Cette lentille est équivalente à la suivante où le diaphragme de sortie est porté au potentiel V_f. Dans une telle lentille, l'objet ne serait pas à la « terre », mais à une haute tension inférieure à celle de la lentille centrale (fig. 15).

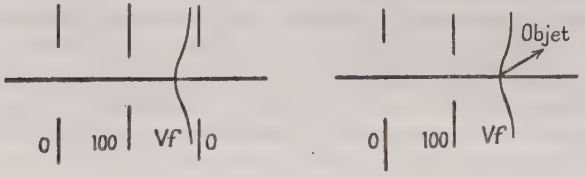

Fig. 15.

Position du plan principal des lentilles symétriques. — Pour les valeurs de δ_1 supérieures à $\sigma/10$ le plan principal reste très voisin du centre de la lentille. Le centre se trouvant entre le plan principal et le foyer, la distance ΠC reste très inférieure à ΠF/10. Comme nous avons des électrodes d'épaisseur 2,5/10 mm., le plan Π reste compris dans l'épaisseur de l'électrode centrale.

Pour des valeurs de δ_2 très petites ce résultat n'est plus vrai. CΠ reste toujours négatif, mais peut prendre une valeur notable qui croît avec δ_1. Dans le cas limite $\delta_2 \to 0$ on a $\overline{C\Pi} \# -0{,}5\ \delta_1$. C'est pour cela que la lentille ($\delta_1 = 1{,}35$ mm., $\delta_2 \to 0$) correspondant au plus court foyer utilisable dans le cas $k = 1$, représente une lentille de foyer 1,5 et non σ. D'une manière générale CΠ est bien représenté par l'expression :

$$C\Pi = 0{,}06\ \frac{\delta_1 \sigma}{\delta_2 + e}$$

e étant l'épaisseur du diaphragme central.

Position du foyer dans le champ électrostatique. — Toujours pour des lentilles électrostatiques pour lesquelles $\sigma = 1{,}7$ mm. et $k = 1$, il est important de bien fixer la position du foyer par rapport aux surfaces équipotentielles.

En effet, en microscopie électronique, l'objet à examiner est toujours très voisin du foyer et l'objectif ne sera commode que si l'on peut mettre l'objet au potentiel 0. Aussi sur le graphique donnant $f(\delta_1, \delta_2)$ nous avons tracé une ligne de démarcation Δ qui sépare les lentilles dont le foyer est dans le champ (partie gauche) de celles dont le foyer est extérieur au champ (partie droite). On voit ainsi que la lentille de plus court foyer utilisable dans ces conditions correspond à un foyer $f = 1{,}5$ $\sigma = 2{,}5$ mm. Cette circonstance se produit pour $\delta_2 \to 0$ et $\delta_1 = 1{,}35$ mm.

Lentille de plus court foyer utilisable. — Les diaphragmes $\delta_2 \to 0$ peuvent être réalisés avec des grilles métalliques très fines. La grille d'entrée peut servir de porte-objet (fig. 16).

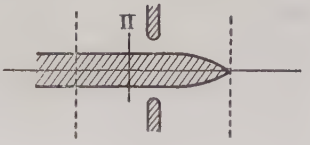

Fig. 16.

Variation de la distance focale avec le potentiel de la lentille centrale, la tension accélératrice des électrons restant constante. — Jusqu'ici nous avons supposé que le diaphragme central était porté au potentiel d'accélération des électrons et nous avons obtenu les foyers correspondants ($k = 1$).

Or, il existe une manière très commode de faire varier le foyer. Il suffit de modifier la tension d'accélération des électrons U en laissant constante la tension V_1 de la lentille centrale. Si la tension U diminue, la distance focale diminue. Il faut trouver cette variation de f en fonction du rapport $k = V_1/U$. Pour les valeurs de k voisines de 1, ce qui est le cas pratique, la variation est linéaire et on peut écrire :

$$f_k = f_1\left[1 + p\left(\frac{1}{k} - 1\right)\right].$$

Cette relation peut s'écrire :

$$\frac{f_k - f_1}{f_1} = p\,\frac{U - V_1}{V_1}$$

ou :

$$\frac{\Delta f}{f_1} = p\,\frac{\Delta U}{V_1}.$$

On verra que sous cette forme p est directement lié à l'aberration chromatique que nous étudierons plus loin.

La valeur de p dépend du type de lentille, nous l'avons calculée dans une quinzaine de cas particuliers. On trouve que p est pratiquement indépendant de δ_2 (fig. 17).

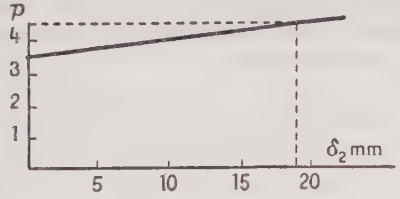

Fig. 17.

Par exemple pour $\delta_1 = 10$ mm. ($\sigma = 10$ mm.) on a (fig. 17) :

La variation de p avec δ_1 est bien plus importante, nous obtenons en effet les résultats expérimentaux indiqués par la courbe ci-dessous pour $\delta_2 = 1$ mm. Les points calculés se trouvent à peu de chose près sur l'hyperbole (fig. 18).

Le point Δ figure la séparation entre les lentilles à foyers extérieurs et celles à foyers intérieurs. En ce point on a $p = 4$ et $f = 3{,}6$ mm. (pour $\sigma = 1{,}7$ mm.).

Une variation de 10 o/o sur la tension entraîne une variation de 30 o/o sur le foyer. La tension de la lentille centrale V_1 restant

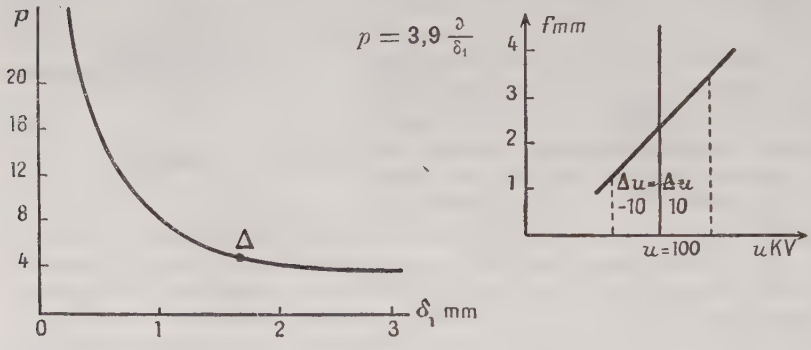

Fig. 18.

constante, si la tension des électrons U passe de V_1 à 0,9 V_1, f passe de 3,6 à 2,5 mm. Cet effet est donc très important et on voit tout le parti que l'on peut en tirer pour le réglage de la distance focale de l'objectif du microscope électronique. Il suffit de brancher l'électrode centrale de la lentille objectif à un potentiomètre haute tension (fig. 19) pour faire varier facilement le grossissement. On voit ce potentiomètre en haut et à gauche de la photographie que nous donnons du microscope réalisé au Collège de France. La simple manœuvre du potentiomètre permet d'observer sur l'écran fluorescent des images de grossissements extrêmement variés.

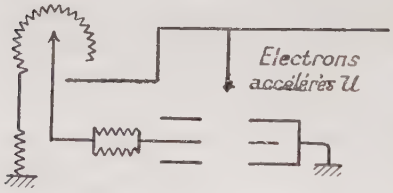

Fig. 19.

Remarque I. — *Calcul de p.*

Nous avons obtenu p en partant de l'équation des trajectoires et en calculant f pour des valeurs de U voisines de V_1. On a pris en général :

$$V_1 = 100 \text{ kv. et } U = 100 \pm 10 \text{ kv. et } U = 100 \pm 20 \text{ kv.}$$

La valeur de p est proportionnelle à la pente de la tangente à la courbe $f(U)$ au point $U = V_1$. En réalité cette courbe est voisine d'une droite, même pour de très grandes valeurs de Δf.

Par exemple pour la lentille (74) on a jusqu'à $\Delta f = 5f$.

V	f	Δf	Δu	$\frac{\Delta u}{\Delta f}$
100	0,27			
115	1,42	1,15	15	13,0
122	1,95	1,68	22	13,1

Pour $\Delta U = V_1 - V_c$ étant le potentiel au centre on doit trouver $f = 0$ car les électrons s'arrêtent au centre de la lentille.

Donc $\Delta f / f_1 = 1$ et la valeur de p correspondante est $p_a = \frac{V_1}{V_1 - V_c}$.

Si on prend p_a comme valeur approximative de p, cela revient à prendre la pente de la corde AB au lieu de la pente de la tangente AT en A (fig. 20).

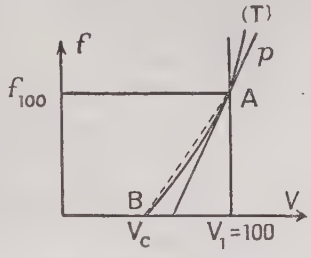

Fig. 20.

Effectivement cette approximation de p est en ordre de grandeur excellente. Nous donnons à titre d'exemple les valeurs de p calculées par les longs calculs d'itérations et celles approchées obtenues par la simple règle de trois précédente. On a :

δ_1 et δ_2 mm	$\delta_1 = 2$ $\delta_2 = 1$	$\delta_1 = 1,4$ $\delta_2 = 1$	$\delta_1 = 0,5$ $\delta_2 = 1$	$\delta_1 = 1,75$ $\delta_2 = 2,45$	$\delta_1 = 1,67$ $\delta_2 = 1,19$	$\delta_1 = 1,64$ $\delta_2 = 1,64$	$\delta_1 = 1,13$ $\delta_2 = 0,81$	$\delta_1 = 0,88$ $\delta_2 = 0,23$	$\delta_1 = 0,6$ $\delta_2 = 0,43$
P_1	2,81	4,55	13,82	4,43	3,90	4,41	5,58	8,56	9,15
P_a	2,76	4,40	16	4,20	3,75	4,20	6	8,35	10,5

On voit que sauf pour les grandes valeurs de p qui correspondent d'ailleurs à des valeurs de foyers inutilisables, l'accord est très bon. Cette règle empirique peut donc être précieuse et éviter de longs calculs.

Remarque II. — *Position de* F *et de* H *avec* k.

Il est intéressant d'étudier comment varie la position du foyer et du plan principal avec k (fig. 21).

Lorsque $k = V_1/U$ diminue $\overline{CF}$ croît et $\overline{CH}$ aussi.

Voici pour $V_1 = 100$ les diverses positions de F et de H pour la lentille 74 ($\delta_1 = \delta_2 = 0,3$ mm., $a = 1,7$ mm.).

La lentille symétrique électrostatique de plus court foyer correspondant à une tension accélératrice des électrons U *donnée.*

Nous avons maintenant tous les éléments en mains pour résoudre un problème particulièrement intéressant de l'optique électronique : la réalisation de lentilles électrostatiques de très courts foyers.

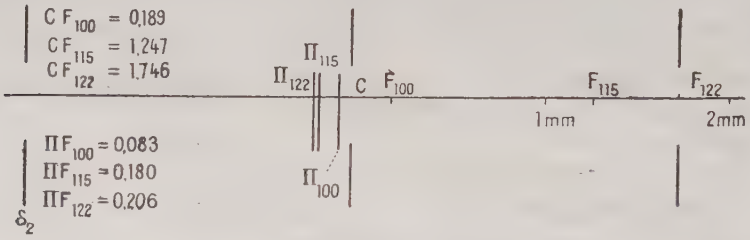

Fig. 21.

Nous avons vu par l'étude du graphique $f(\delta_1, \delta_2)$ que le plus court foyer utile pour $k = 1$ correspond à $\delta_2 \to 0$ et $f = 1{,}5\sigma$.

Les foyers plus courts, correspondant à des points tels que P à gauche de l'équifoyer $\varphi = 1{,}5\sigma$ sont tous dans le champ électrostatique. Mais il est possible de choisir une valeur de k convenable, c'est-à-dire de diminuer le potentiel V_1 du diaphragme, centre de la lentille (P), pour que le foyer sorte du champ et prenne la valeur minimum $1{,}5\sigma$ (fig. 22).

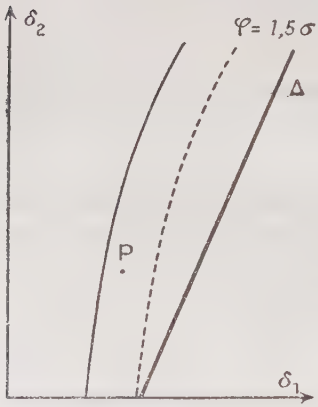

Fig. 22.

La tension d'accélération des électrons est généralement imposée par des considérations pratiques. Par exemple en microscopie électronique il est difficile de descendre au-dessous de $U = 50\,000$ volts. Il faut en effet que le faisceau d'électrons traverse les préparations microscopiques sans donner de dispersion de vitesses trop considérable.

La tension étant fixée et la valeur de k étant déterminée d'après la position de (P) sur le graphique, on obtient $V_1 = U/k$. La connaissance de V_1 nous permet alors de déterminer la valeur minima de σ. Cette valeur minima est en effet la distance explosive limite qui doit exister entre le diaphragme central et les diaphragmes latéraux, distance qui ne dépend que de l'excellence du vide et de l'état des surfaces. On voit ainsi qu'en choisissant une lentille (P) correspondant à δ_1 et δ_2 très petits on obtient un foyer intérieur très

petit, d'où une grande valeur de k et une petite valeur pour V_1 et σ.

On est obligé d'employer une méthode de calcul pour estimer les effets divergents ou convergents des petites ouvertures.

Etude du cas limite.

$$\delta_1 \to 0 \qquad \delta_2 \to 0.$$

L'étude du cas limite $\delta_1 \to 0$, $\delta_2 \to 0$ est intéressante car elle peut se traiter de manière très simple théoriquement. Elle peut d'autre part avoir un gros intérêt pratique car nous verrons que l'emploi de très petits diaphragmes est une condition nécessaire de l'emploi, des objectifs électrostatiques en microscopie électronique.

Considérons le cas de trois plans portés aux potentiels 0, 100, 0 et percés de trois trous très petits (fig. 23).

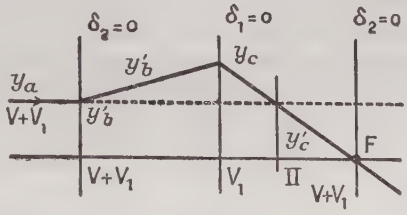

Fig. 23.

Nous représentons schématiquement le trajet d'un rayon tel que $y'_a = 0$. Le faisceau d'électrons est accéléré au potentiel $V + V_1$. Les électrodes latérales sont à la terre et l'électrode centrale au potentiel V_1. On sait que nos calculs supposent l'origine des potentiels à la cathode ce qui nous conduit pour les électrodes aux potentiels indiqués sur la figure ci-contre.

On a d'après la formule (8) (fig. 23) :

$$y'_b = \frac{y_a V'_b}{4(V + V_1)} \qquad \text{or} \qquad V'_b = \frac{V}{\sigma}$$

$$y'_b = \frac{y_a V}{4\sigma(V + V_1)}$$

$$y_c = \sigma y'_b + y_a = y_a \frac{5V + 4V_1}{4(V + V_1)}$$

$$y'_c = y'_b - \frac{y_c}{4V_1} 2V'_b$$

$$y'_c = -\frac{V y_a}{4\sigma(V + V_1)} \left[\frac{5V + 2V_1}{2V_1}\right]$$

on a ensuite :

$$y_a = y_c + \sigma y'_c = \frac{y_a}{4(V + V_1)} \left[\frac{8V_1^2 + 8VV_1 - 5V^2}{2V_1}\right].$$

Nous cherchons la valeur de V_1 telle que le foyer soit situé sur le second diaphragme (foyer utile de grandeur minima).

On doit avoir pour cela $y_a = 0$, c'est-à-dire :

$$8V_1^2 + 8VV_1 - 5V^2 = 0$$

ce qui a lieu pour :

$$V_1 = 0{,}41\,V.$$

Dans ces conditions, on a :

$$f = -\frac{y_a}{y_c'} = \frac{4\sigma.1{,}41}{100} \cdot \frac{82}{582} = 0{,}8\sigma.$$

Pour comparer utilement les distances focales de deux objectifs, il faut se placer dans des conditions semblables d'accélération du faisceau électronique au passage de l'objet, c'est-à-dire au foyer. Nous avons trouvé que pour $k = 1$ le plus court foyer était $f_2 = 1{,}5\sigma_2$ avec une accélération V_2 au passage de l'objet. Pour avoir la même accélération dans le cas de la lentille à petits trous il faut prendre V_1 au centre tel que :

$$V + V_1 = V_2$$

soit :

$$1{,}41\,V = V_2.$$

On peut alors diminuer l'intervalle σ_2 et prendre σ tel que :

$$\frac{\sigma_2}{\sigma} = \frac{V_2}{V} = 1{,}41 \qquad \sigma = \frac{\sigma_2}{1.41}.$$

Comme $f = 0{,}8\sigma$ et $f_2 = 1{,}5\sigma_2$, on a :

$$f = 0{,}38\,f_2 = 0{,}57\sigma_2.$$

Donc le plus court foyer qu'il est possible d'obtenir avec une lentille électrostatique, en conservant une tension accélératrice des élec-

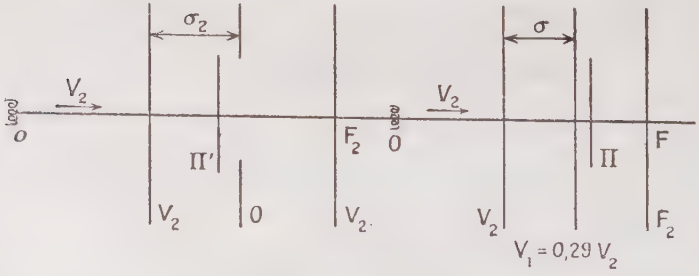

Fig. 24.

trons V_2 au foyer est $f = 0{,}57\sigma_2$, σ_2 étant la distance explosive correspondant à V_2, au lieu de 1,5 quand on conserve $k = 1$ (fig. 24).

Lentilles à trois diaphragmes de forme plus complexe. — Jusqu'ici nous avons étudié systématiquement des lentilles symétriques à trois diaphragmes. L'épaisseur des diaphragmes a été choisie telle que pour une réalisation pratique de la lentille à court foyer (1 à 2 mm.), on ait $e = 0{,}2$ mm. Notre idée directrice étant d'étudier des lentilles à courts foyers on voit qu'il était normal de choisir e aussi petit que possible puisque c'est finalement la distance explosive $\sigma - e$ qui limite la distance focale. Néanmoins il est bon de montrer que cette simple étude d'un cas assez particulier nous donne directement des aperçus sur des lentilles beaucoup plus complexes. Pour cela nous allons raisonner sur un exemple.

Soit la lentille L_I. Cette lentille est aussi bien caractérisée par la fonction $V(x)$ et ses dérivées, c'est-à-dire par l'ensemble des courbes équipotentielles. Par commodité appelons $V_2 = 0$ et $V_1 = 100$ les

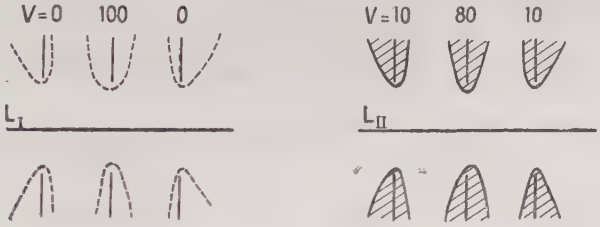

Fig. 25.

potentiels des diaphragmes latéraux et du diaphragme central (fig. 25). Si nous réalisons une lentille L_{II} telle que la forme des diaphragmes D_1 et D_2 corresponde aux équipotentielles $V_2 = 10$ et $V_1 = 80$ nous obtiendrons une lentille à électrodes épaisses ayant exactement les caractéristiques de la lentille initiale dont elle dérive puisque la distribution des potentiels reste la même. Il suffirait de prendre soin de porter les électrodes aux potentiels convenables $V_1 = 80$ et $V_2 = 10$.

De plus partant d'une valeur $k \neq 1$ pour la lentille L_I, on pourra aboutir à toute une série de lentilles L'_{II} ayant la forme de L_{II}, mais des propriétés optiques différentes.

Nous verrons en étudiant les aberrations de sphéricité quel peut être l'intérêt de cette remarque. Mais nous pouvons tout de suite en donner une application.

Influence de l'épaisseur de la lentille centrale sur les éléments du premier ordre des lentilles symétriques. — Pour des raisons de réalisations pratiques de modèles nous avons fait les expériences à la cuve rhéographique avec des lentilles de 25 mm. d'épaisseur. Ceci

correspond, pour des lentilles réelles fonctionnant à $\sigma > 1{,}7$ mm. à des épaisseurs inférieures à 0,2 mm.

Lorsque l'épaisseur de la lentille centrale est inférieure à $\sigma/10$ on peut admettre que l'influence de cette épaisseur est négligeable. D'ailleurs des épaisseurs plus faibles n'auraient aucun intérêt pratique, car d'une part elles seraient très difficiles à réaliser, d'autre part elles correspondent à des foyers et à des aberrations moins favorables pour l'objectif du microscope électronique.

Lorsque l'épaisseur e devient de l'ordre de $\sigma/3$ à σ son influence est importante et ne peut pas être négligée.

Il eût été fort long de refaire tout le travail de relevés de potentiels et de calculs pour toutes les valeurs de e, δ_1, δ_2, aussi avons-nous

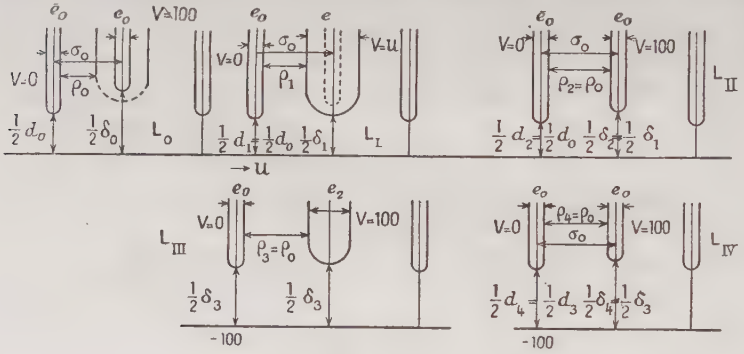

Fig. 26.

adopté la méthode suivante qui permet de se servir des résultats obtenus sur une seule lentille.

Considérons le tableau des cinq lentilles suivantes (fig. 26) :

Nous partons d'une lentille L_0 à électrodes minces ($e = e_0$) dont les caractéristiques figurent sur le tableau d'ensemble [12] et nous traçons ses équipotentielles (fig. 26 *bis*). F_0 est le foyer obtenu pour $k = 1$; σ_0 est la distance focale entre surfaces des électrodes.

Soit, tracé en pointillé, l'équipotentielle (U) portée au potentiel U, l'électrode centrale étant portée au potentiel 100.

Soit L_1 une lentille déduite de L_0, ayant mêmes électrodes extérieures, mais où l'électrode centrale est remplacée par une électrode de forme (U). Son foyer F_1 pour $k = 1$ sera le même que L_0 pour $k = 100/U$.

On a :

$$f_1 = f_0\left[1 + p\left(\frac{1}{k} - 1\right)\right]$$

et :

$$2\rho_1 + e_1 = 2\rho_0 + e_0$$

$\delta_1/2$ est la distance de (U) à l'axe.

Nous comparons L_I à L_{II} lentille mince de même δ_1. On obtient f_{II} par lecture sur le graphique.

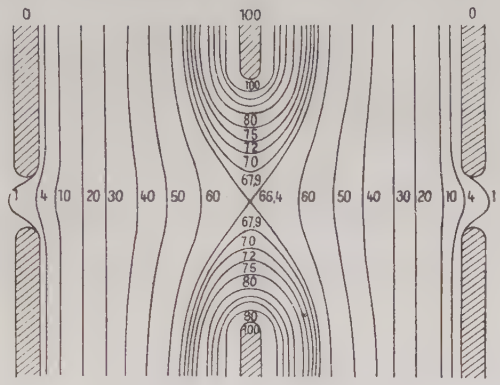

Fig. 26 *bis*.

Nous passons ensuite à L_{III}, déduite de L_I par homothétie et telle que $\rho_3 = \rho_0$. Il en résulte une valeur de δ_1, δ_3 telle que :

$$\frac{d_1}{d_3} = \frac{\delta_1}{\delta_3} = \frac{\rho_1}{\rho_3} = \frac{\rho_1}{\rho_0} \qquad \delta_3 = \frac{\delta_1 \rho_0}{\rho_1} = \frac{\delta_1 \rho_0}{\rho_0 + \frac{e_0 - e_1}{2}}$$

et :

$$f_{III} = f_I \frac{\rho_0}{\rho_0 + \frac{e_0 - e_1}{2}}.$$

Nous comparons L_{III} à L_{IV} qui est la lentille mince $\delta_4 = \delta_3$; $\rho_4 = \rho_0$ dont nous lisons la distance focale sur le tableau [12].

En comparant L_{III} et L_{IV}, nous avons des lentilles de même δ, de même ρ (donc fonctionnant aux mêmes tensions limites).

Nous avons fait ce calcul pour une lentille réalisée au laboratoire :

$$\delta_0 = 1{,}85 \text{ mm.} ; \qquad d_0 = 0{,}47 \text{ mm.} ; \qquad \sigma_0 = 1{,}7 \text{ mm.} ;$$
$$e_0 = 0{,}19 \text{ mm.} ; \qquad p = 3.$$

Le tableau ci-dessous donne les résultats obtenus avec :

$$U = 76,\ 80,\ 75,\ 72,\ 70,\ 67{,}8 \text{ kV.}$$

Les deux dernières valeurs sont peut-être sujettes à caution car on est très près des valeurs du potentiel au centre et la forme de la lentille s'écarte notablement des autres.

Variation de la distance focale avec l'épaisseur de la lentille centrale :

$$\delta_0 = 1{,}85 \text{ mm.} ; \qquad d_0 = 0{,}47 \text{ mm.} ; \qquad \sigma_0 = 1{,}7 \text{ mm.} ; \qquad p = 3.$$

δ_1	e_1	u	f_I	f_{II}	e_2	δ_2	f_{III}	f_{IV}
1,85	0,25	100	4	4	0,25			
1,69	0,387	90	2,80	3,54	0,40	1,785	3,15	3,80
1,59	0,48	86	2,32	3,20	0,52	1,73	2,52	3,65
1,39	0,65	80	1,60	2,70	0,75	1,61	1,85	3,30
1,262	0,73	77,5	1,30	2,30	0,875	1,51	1,55	3
1,135	0,81	75	1,	1,95	0,99	1,4	1,23	2,70
0,837	0,88	72	0,64	1,60	1,12	1,2	0,82	2,12
0,747	0,945	70	0,4	1,25	1,24	0,98	0,525	1,7
0,452	1	67,8	0,14	0,92	1,35	0,605	0,189	1

Nous avons tracé la courbe donnant le rapport f_{IV}/f_{III} en fonction de e. On voit que l'influence de l'épaisseur peut devenir tout à fait notable lorsque e est de l'ordre de σ. En tout cas l'augmentation de e contribue à diminuer f à valeur de ρ égales. Bien entendu, à chaque valeur de e correspond une valeur δ différente. Pour obtenir l'ensemble des valeurs $f_{IV}/f_{III}(e, \delta)$ il faudrait faire un calcul analogue en partant de diverses lentilles à électrodes déterminées.

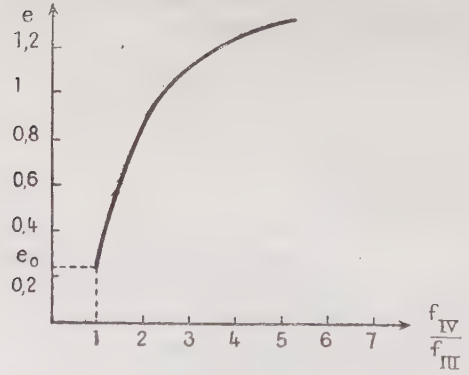

Fig. 27.

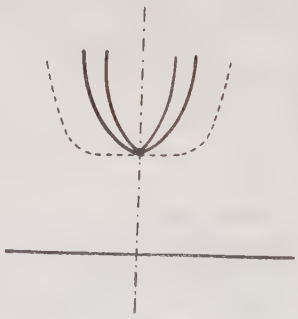

Fig. 28.

Il faut bien noter que cela n'a de sens que tant que le rayon de courbure de la section de l'électrode centrale par un plan méridien est inférieure à $e/2$.

Pour des formes très aplaties, telles que (2) les résultats qui précèdent ne peuvent servir qu'à titre d'indications (fig. 28).

Le problème général des lentilles électrostatiques. — En choisissant *a priori* un certain type de lentille, nous avons calculé les éléments cardinaux de ces systèmes optiques et nous avons montré comment ces résultats pouvaient s'appliquer très immédiatement à

des systèmes beaucoup plus généraux. Une méthode parfaitement rationnelle consisterait à se donner *a priori* des éléments cardinaux, à chercher ensuite la fonction $V(x)$ permettant d'obtenir ces éléments, enfin, de la connaissance de $V(x)$ remonter à la détermination des surfaces de révolution déterminant la forme des électrodes E_1, E_2, ..., E_n et des potentiels V_1, V_2, ..., V_n auxquels il faut porter ces électrodes. Malheureusement l'application d'une telle méthode se heurte à des difficultés analytiques insurmontables. D'ailleurs si on réussissait à déterminer ces surfaces et leurs potentiels il est à craindre que la réalisation pratique des lentilles ainsi déterminées serait pratiquement impossible car la tenue des tensions entre électrodes exige des conditions de formes assez strictes. Il est donc naturel de partir de lentilles à trois électrodes ; les paramètres essentiels sont les diamè-

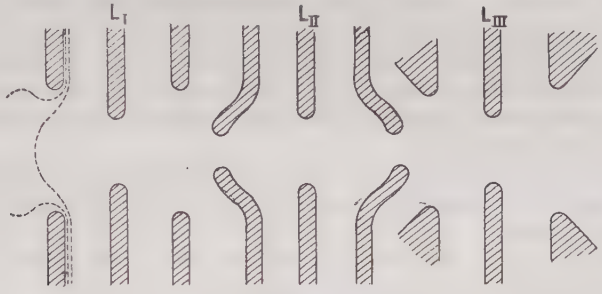

Fig. 29.

tres des trous et l'écartement des diaphragmes. La forme même des électrodes à une influence secondaire et lorsqu'on cherche à modifier la fonction $V(x)$ en agissant sur d'autres paramètres que ceux indiqués plus haut on n'est conduit qu'à de légères modifications. En particulier, pour l'obtention de foyers très courts (1), il est clair que l'épaisseur de l'électrode centrale devra être aussi faible que possible à cause du rôle joué par la distance explosive. La surface interne des électrodes latérales devra être plane. Quant à la surface externe de ces mêmes électrodes elle peut varier dans de légères limites comme on peut s'en assurer par les raisonnements du précédent paragraphe. Il est clair en effet que les lentilles L_I, L_{II}, L_{III}, par exemple, sont équivalentes (fig. 29). Il y a là un fait un peu surprenant *a priori*. En abordant l'étude des lentilles électrostatiques, on a l'impression d'avoir à sa disposition une infinité de paramètres puisqu'on agit sur la détermination des surfaces des électrodes. En réalité la relation

(1) Dans le cas limite δ_1 et $\delta_2 \to 0$.

$\Delta V = 0$ qui impose des conditions entre les dérivées partielles de $V(x, y)$ rend tous ces paramètres entièrement dépendants et finalement on est pris entre des limites assez étroites. Il semble que les paramètres en nombre fini, mais indépendants de l'optique lumineuse permettent de satisfaire beaucoup plus facilement à des conditions *a priori*. La valeur de cette remarque apparaîtra encore plus clairement dans l'étude des aberrations.

A. — *Effet de la relativité sur les éléments du premier ordre des systèmes optiques électrostatiques.*

On sait que la masse propre de l'électron est équivalente en énergie à $m_0c^2 = 500\,000$ électrons-volts. Or l'énergie cinétique des électrons dans un microscope électronique est couramment de 50 000 volts et peut atteindre 250 000 à 300 000 volts, c'est-à-dire l'ordre de grandeur de la masse propre de l'électron. Il faut donc s'attendre à un effet de relativité non négligeable et il est intéressant d'étudier sur un cas concret quelles modifications il faut apporter aux calculs classiques du précédent paragraphe.

On peut voir très facilement *a priori* dans quel sens la trajectoire va être modifiée. Reportons-nous pour cela aux relations établies au chapitre premier.

D'une part m_0, v_c, R_c sont la masse, la vitesse et le rayon de courbure de la trajectoire dans le cas classique, m, v_r ; R_r la valeur des mêmes éléments dans le cas relativiste, on a d'après les formules (6) et (7) du chapitre premier :

$$mv_r^2 = e\,\frac{V^2 + 2VV_0}{V + V_0}$$

$$m_0 v_c^2 = 2eV$$

$$F_n = \frac{m_0 v_c^2}{R_c} = \frac{mv_r^2}{R_r}$$

d'où :

$$\frac{R_r}{R_c} = \frac{mv_r^2}{m_0 v_c^2} = \frac{e(V^2 + 2VV_0)}{(V + V_0)2eV} = \frac{1 + \dfrac{2V_0}{V}}{2 + 2\,\dfrac{V_0}{V}} < 1.$$

On a donc dans tous les cas :

$$R_r < R_c.$$

Nous donnons dans le tableau suivant quelques valeurs de R_r/R_c, pour le cas des électrons. On a ainsi très rapidement la correction qu'il faut apporter aux trajectoires classiques.

V kilovolts	30	50	75	100	200	300	500
$\frac{R_r}{R_c}$	0,971	0,954	0,934	0,916	0,857	0,812	0,750

Il en résulte que la courbure relativiste est toujours plus accentuée que la courbure classique et que les effets divergents et convergents, pris à part sont en réalité plus grands que ceux obtenus par le calcul classique comme l'indique la figure 30.

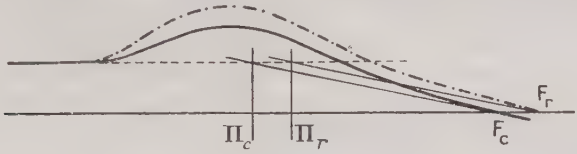

Fig. 30.

Malheureusement sur une lentille quelconque qui présente des portions divergentes et convergentes il est difficile de dire *a priori* quel sera le résultat final de l'effet de relativité.

B. — *Etude de l'effet de relativité sur un cas concret.*

Nous devons reprendre l'équation (7) du présent chapitre :

$$4Vy'' + 2V'y' + yV'' = \frac{2V^2}{V + V_0} y''. \qquad (12)$$

Le second membre apparaît comme un terme correctif. Si Y est une solution de l'équation sans second membre (cas classique) on posera $y = Y + r$ d'où en portant y dans (11) :

$$4Vr'' + 2V'r' + rV'' = 2\frac{V^2}{V + V_0} y'' \# \frac{2V^2}{V + V_0} Y''.$$

Et en appliquant la méthode d'itération déjà indiquée, on a :

$$r'_x = \frac{1}{4\sqrt{V}} \int_a^x \left[\frac{-rV''}{\sqrt{V}} + \frac{2V^2 Y''}{(V + V_0)\sqrt{V}} \right] dx.$$

On obtient finalement r_b et r'_b par une série d'intégrations convergentes. Nous avons fait un calcul complet pour la lentille suivante :

$\delta_1 = 1{,}5$ mm. $\quad \delta_2 = 0{,}73$ mm. $\quad \sigma = 1{,}7$ mm. $\quad f = 2{,}65$ mm.

$\Delta f = 5{,}4.10^{-2}$ mm. $\quad \Delta F = 6{,}1.10^{-2}$ mm.

$\Delta \Pi = 0{,}7.10^{-2}$ mm. $\quad \frac{\Delta f}{f} = 2{,}04.10^{-2}$ mm.

On voit donc que le calcul relativiste (qui est le vrai) donne un foyer un peu plus grand que le calcul classique. Donc les foyers calculés par la méthode classique sont trop courts d'environ 2 o/o (pour 100 000 volts d'accélération). La position du plan principal est très peu modifiée.

Il est facile de voir ce qui en résulterait comme aberration si on alimentait le canon à électrons en courant alternatif comme certains expérimentateurs l'ont fait.

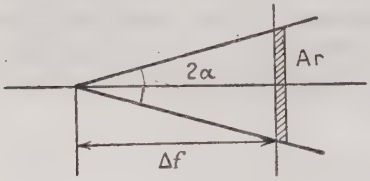

Fig. 31.

Si 2α est l'ouverture du faisceau issu du foyer la tache d'aberration due à la variation de la distance focale est $A_r = 2\alpha\Delta f$ si on néglige bien entendu toutes les autres causes d'aberrations (fig. 31).

Avec la lentille étudiée plus haut, et pour des ouvertures normalement utilisées en microscopie électronique, soit $2\alpha = 4.10^{-3}$ on obtient $A_r = 216$ mμ. On voit que cette aberration est considérable devant celle de diffraction et de sphéricité pour les mêmes ouvertures.

Au chapitre des aberrations nous serons conduit à examiner quelle stabilité de tension est nécessaire pour réduire cet effet de relativité à un ordre de grandeur convenable. Mais on voit dès maintenant que l'alimentation d'un microscope électrostatique en courant alternatif donne nécessairement des images floues.

Conclusion

L'étude des éléments du premier ordre d'une lentille électrostatique donnée se fait aisément à partir des relevés de potentiel à la cuve rhéographique. Le problème inverse, c'est-à-dire la réalisation d'une lentille de caractéristiques déterminées est difficile à résoudre. Il semble toutefois, que les systèmes centrés formés par la combinaison complexe de plusieurs lentilles ne présentent pas un grand intérêt pratique à cause de l'impossibilité de corriger les aberrations de sphéricité par ce procédé.

En pratique, on sera donc conduit à réaliser des lentilles à trois diaphragmes du type de celles que nous avons étudiées. Les résultats que nous indiquons seront donc utiles pour tout avant-projet de lentilles épaisses.

Les clichés ci-contre donnent des vues du banc d'optique que nous avons réalisé avec M. Claude Magnan au Collège de France. Ce banc d'optique qui peut constituer un véritable microscope électronique

reçoit un jeu de trois lentilles dont une équipée avec un porte-objet. Il est alimenté par un canon à électrons à 60 000 volts.

Nous avons réalisé un grand nombre de lentilles électrostatiques et les distances focales obtenues sont en excellent accord avec les calculs théoriques.

CHAPITRE III

Les aberrations des systèmes centrés électrostatiques.

Après avoir exposé au précédent chapitre les résultats des calculs relatifs aux éléments cardinaux du 1er ordre, nous allons maintenant passer à l'étude des aberrations, ou éléments du 3e ordre. On obtient l'expression formelle de ces aberrations en résolvant l'équation différentielle des trajectoires développée jusqu'au 3e ordre. Nous allons indiquer brièvement la méthode générale suivie par Scherzer [1] et Glaser [20]. Nous calculerons ensuite l'aberration de sphéricité pour les lentilles électrostatiques symétriques à trois électrodes. Une discussion de la valeur de cette aberration nous permettra de décider quelle est *a priori* la lentille qui toute chose égale d'ailleurs permettrait d'obtenir le meilleur pouvoir séparateur. Nous compléterons ces indications par le calcul de l'aberration chromatique.

A. — Calcul général des aberrations

α) *Cas des trajectoires planes.* — Equation des trajectoires planes limitées au 3e ordre.

Nous avons vu au chapitre II que la détermination des trajectoires planes est suffisante pour obtenir les éléments cardinaux du 1er ordre. Dans l'étude des aberrations, il est facile de montrer que les équations des trajectoires planes ne permettent d'obtenir que l'aberration de sphéricité. En effet, ce n'est que pour un point objet situé sur l'axe de révolution du système que toutes les trajectoires issues de ce point sont planes. Pour des points situés hors de l'axe, il est indispensable de calculer jusqu'au 3e ordre l'équation des trajectoires les plus générales. Nous en dirons quelques mots plus loin. Mais il est inutile de passer par l'intermédiaire d'un calcul assez long et compliqué pour atteindre l'expression de l'aberration de sphéricité qui est fondamentale dans cette étude.

Reportons-nous à l'équation (1) du chapitre II :

$$(1 + y'^2)(V'_y y' - V'_y) + 2V''_y = 0. \qquad (1)$$

Cette équation est rigoureuse si on prend $V(x, y)$, $V'_y(x, y)$, etc...

Substituons maintenant à $V(x, y)$ et à ses dérivées les développements en série en fonction de $V(x, o)$, $V'(x, o)$ ... limités au 3e ordre.

Nous obtenons aisément :

$$\left.\begin{aligned} o = &(4Vy'' + 2V'y' + V''y) \\ &+ \left(\tfrac{1}{8} V^{IV} y^3 + \tfrac{1}{2} V'''y^2y' + V''y^2y'' + 4Vy'^2y''\right) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Le premier crochet égalé à o donne l'équation (2) des trajectoires planes déjà obtenues (approximation de Gauss).

L'équation (2) donne les trajectoires planes à l'approximation du 3e ordre. Les expressions V, V', etc., représentent maintenant $V(x, o)$ $V'(x, o)$, etc.

Signalons que le 2e crochet peut être mis sous diverses formes équivalentes au 3e ordre, obtenues en remplaçant y'' par son expression en fonction de y et y' tirés de la relation de Gauss :

$$4Vy'' + 2V'y' + V''y = o.$$

Nous avons choisi le développement le plus condensé, mais cette remarque est utile si on veut retrouver cette expression simple à partir de la formule générale de Scherzer que nous indiquons plus loin.

Calcul de l'aberration de sphéricité.

Soient A et B_0 deux points correspondants à l'approximation de Gauss (fig. 32) (trajectoire y_0). Soient B et (y) le point image et la trajectoire donnés par l'approximation du 3e ordre.

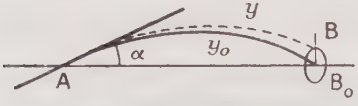

Fig. 32.

La solution est donnée par l'équation (3).

Posons $y = y_0 + q$ et substituons dans (2). Il vient en tenant compte de (3) et en négligeant les termes y^3, y'^3, y''^3 :

$$4Vq'' + 2V'q' + V''q + \left[\tfrac{1}{8} V^{IV} y_0^3 + \tfrac{1}{2} V'''y_0^2y_0' + V''y_0^2y'' + 4Vy_0'^2y_0''\right].$$

Le deuxième crochet est une fonction connue de x soit $F(x)$ et on peut écrire :

$$4Vq'' + 2V'q' + V''q = 4F_0(x) \qquad (4)$$

donc pour calculer le terme d'aberration nous sommes conduits à résoudre l'équation (4) analogue à l'équation (3) de l'approximation de Gauss, mais avec un second membre.

Soient y_1 et y_2 deux solutions particulières de (3) telles que :

$$y_1 = 0 \qquad y_1' = 1$$
$$y_2 = 1 \qquad y_2' = 0.$$

Ce sont également deux solutions particulières de l'équation (4) sans second membre.

A l'aide de ces solutions on obtient aisément l'expression générale de $q(x)$:

$$q = \frac{y_1}{\sqrt{V_a}} \int_a^x \frac{y_2 F_0}{\sqrt{V}}\, dx - \frac{y_2}{\sqrt{V_a}} \int_a^x \frac{y_1 F_0}{\sqrt{V}}\, dx. \tag{5}$$

La valeur de q dans le plan image nous donne le rayon de la circonférence qui limite la plage (B) correspondant au point objet A.

Mais au point B on a $y_1 = 0$ et $y_2 = G$; G étant le grossissement puisqu'en A $y_2 = 1$.

D'où l'expression de l'aberration :

$$q_B = -\frac{G}{\sqrt{V_a}} \int_a^b \frac{y_1 F_0}{\sqrt{V}}\, dx \tag{6}$$

avec :

$$4F_0 = \frac{1}{8} V^{IV} y_0^3 + \frac{1}{2} V''' y_0^2 y_0' + V'' y_0^2 y'' + 4V y_0'^2 y_0''.$$

Mais nous pouvons nous servir uniquement de la solution y_1 en remarquant que puisque y_0 et y_1 sont des solutions de Gauss homothétiques on a :

$$y_0'(0) = \operatorname{tg} \alpha \qquad y_1'(0) = 1$$

d'où :

$$y_0(x) = y_1(x) \operatorname{tg} \alpha$$

et :

$$F_0 = (\operatorname{tg} \alpha)^3 F_1 \# \alpha^3 F_1.$$

Finalement l'expression de l'aberration de sphéricité est :

$$q_B = -\frac{G\alpha^3}{\sqrt{V_a}} \int_a^b \frac{y_1 F_1}{\sqrt{V}}\, dx. \tag{7}$$

Dans cette expression (7) de l'aberration figure la fonction particulière y_1. Il peut être commode pour les calculs de ne conserver que F relative à une trajectoire y quelconque passant par A et B.

On a évidemment :

$$F = y_a'^3 . F_1$$
$$y = y_a' . y_1$$

d'où :

$$q_B = \frac{G\alpha^3}{y_a'^4 \sqrt{V_a}} \int_a^b \frac{yF}{\sqrt{V}}\, dx.$$

Cette expression qui donne la valeur de l'aberration de sphéricité dans le plan image, correspondante à un point du plan image permet d'atteindre le pouvoir séparateur dans le plan objet. En effet deux points objets A et A′ donnent deux surfaces images circulaires de rayon q_B. Ces surfaces seront distinctes si :

$$\overline{AA'} > \frac{2q_B}{G}.$$

L'expression :

$$q_A = \frac{q_B}{G} = \frac{\alpha^3}{y_a'^4\sqrt{V_a}} \int_a^b \frac{yF}{\sqrt{V}}\, dx = \alpha^3 S$$

peut être appelée l'aberration de sphéricité dans le plan objet et :

$$S = \frac{1}{y_a'^4\sqrt{V_a}} \int_a^b \frac{yF}{\sqrt{V}}\, dx \qquad (8)$$

la constante d'aberration sphérique.

C'est cette formule (8) qui nous servira pour le calcul pratique de l'aberration sphérique des lentilles électrostatiques.

Nous voyons que dans F figurent les dérivées de V jusqu'au 4e ordre. Il est commode pour le calcul pratique de l'aberration de transformer l'intégrale $\int_a^b \frac{yF}{\sqrt{V}}\, dx$ par une série d'intégrations par partie qui éliminent V′′′ et V^{IV}.

Finalement on obtient :

$$\int_a^b \frac{yF}{\sqrt{V}} = \int_a^b \frac{yH}{\sqrt{V}} \qquad \text{et} \qquad S = \frac{1}{y_a'^4\sqrt{V_a}} \int_a^b \frac{yH}{\sqrt{V}}\, dx \qquad (9)$$

avec :

$$H = \frac{1}{16V^3}\left[\frac{5}{4}\, y^3V^2V''^2 + \frac{5}{24}\, y^3V'^4 + \frac{14}{3}\, y^2y'VV'^3 - \frac{3}{2}\, yy'^2V'^2\right].$$

La discussion de l'expression H est très importante car il est naturel de chercher à l'annuler pour obtenir un système dépourvu d'aberration sphérique. Scherzer a eu le mérite de transformer cette expression en une somme de carré. Il obtient [19] aux notations près :

$$S = \frac{1}{y_a'^4\sqrt{V_a}} \int_a^b \sqrt{V}\left[\frac{5}{4}\left(\frac{V''}{V} + \frac{V'}{V}\frac{y'}{y} - \frac{V'^2}{V^2}\right)^2 + \frac{V'^2}{V^2}\left(\frac{y'}{y} + \frac{7}{8}\frac{V'}{V}\right)^2 + \frac{1}{64}\left(\frac{V'}{V}\right)^4\right] y^4.$$

Ce résultat est fondamental pour l'optique électronique. Bien que nous restions dans le domaine de l'électrostatique, remarquons qu'il serait vrai également pour tout système électromagnétique. En effet l'introduction du champ magnétique ne fait qu'ajouter à l'expression d'autres termes tous positifs.

Sans doute, chercherons-nous par un choix judicieux des lentilles, c'est-à-dire de la fonction V, à obtenir une valeur de H aussi faible

que possible, mais d'avance nous sommes certains de ne pas pouvoir obtenir des lentilles électroniques corrigées de l'aberration de sphéricité.

Pour diminuer cette aberration nous ne pourrons agir que sur α et nous serons conduits à des systèmes optiques de très faible ouverture. Nous verrons au chapitre IV comment l'emploi de petites ouvertures réagit sur l'aberration de diffraction et conduit à une limite globale du pouvoir séparateur.

Cette impossibilité d'annuler l'aberration de sphéricité a, *a priori*, un caractère un peu paradoxal. On est souvent tenté, en effet, d'assimiler un système d'optique électronique à un système d'optique de la lumière constitué par des lentilles d'indices et de formes convenables. L'analogie entre l'indice équivalent et les potentiels établie au premier chapitre conduit naturellement à ce mode de raisonnement.

Or en optique lumineuse, on sait construire des objectifs à grande ouverture corrigés de l'aberration de sphéricité du 3e ordre. Pourquoi ne peut-on pas transposer ce résultat en optique électronique ?

Je crois que, en dehors du calcul formel qui montre bien cette impossibilité on peut justifier ce résultat de la manière suivante :

L'analogie entre les deux optiques est quelque peu trompeuse. En effet, si nous nous donnons une fonction $V(x, o)$ qui caractérise un système électronique réel on peut imaginer un système lumineux à indice variable $n = k\sqrt{V}$, la réciproque n'est pas vraie. On ne peut pas à partir d'un système lumineux défini en général par un système de lentilles de courbures et d'indices donnés $n(x)$ remonter à un système électronique défini par $V = \frac{n^2 x}{k}$. En effet la fonction $V(x, o)$ n'est pas quelconque, mais doit satisfaire à la condition de Laplace $\Delta V = o$. Si $n(x)$ est quelconque et présente de plus des discontinuités caractéristiques de l'emploi des lentilles d'indices différents, comme c'est le cas pour les objectifs corrigés, la condition $\Delta V = o$ ne sera pas satisfaite.

On peut dire encore que, si en optique électronique, il existe bien un indice équivalent, il n'y a par contre rien d'analogue aux rayons de courbure des lentilles d'un système lumineux, qui sont des paramètres essentiels pour le calcul des aberrations.

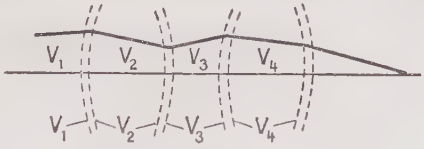

Fig. 33.

On a bien essayé d'imaginer des lentilles électroniques limitées par des doubles grilles très fines permettant des variations brusques de potentiels (fig. 33). D'où une analogie qui paraît parfaite avec les systèmes lumineux ; mais c'est là une illusion à laquelle il ne faut

pas s'arrêter, car pour tenir la tension, par exemple $V_2 - V_3$ entre deux grilles voisines il faut une distance finie (e), incomparable avec la surface de séparation de deux milieux d'indices différents.

De tels dispositifs ne pourraient être envisagés que pour des faisceaux de grandes dimensions devant e, mais ne permettent pas d'échapper à l'analyse de ce qui se passe dans l'épaisseur e.

Le tableau suivant illustre ce que nous venons de dire et montre bien la différence qu'il y a entre les deux optiques (fig. 34).

Nous devons rapprocher cette remarque de celle faite au chapitre II sur les éléments du premier ordre.

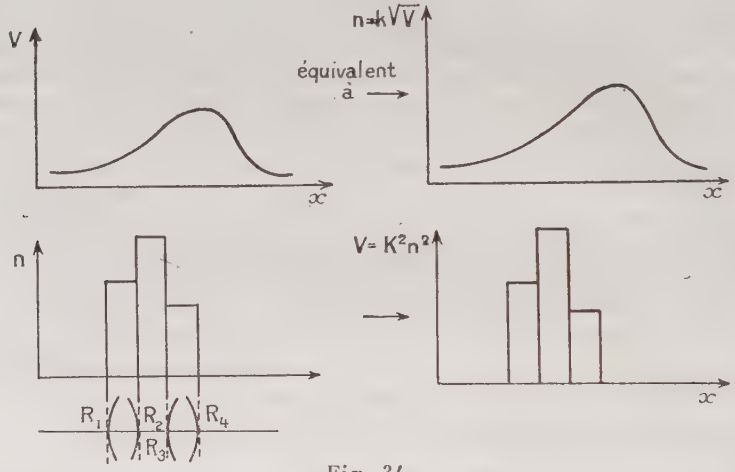

Fig. 34.

Nous avons déjà vu que, bien que nous ayons à notre disposition une fonction complète $V(x)$ à déterminer, il nous était beaucoup plus difficile de prédéterminer les éléments focaux des lentilles électroniques que dans le cas de l'optique lumineuse où nous ne pouvons agir que sur un nombre fini de paramètres.

β) *Cas des trajectoires gauches.* — Nous nous contenterons de dire quelques mots sur les équations des trajectoires gauches limitées au troisième ordre, car nous n'aurons pas besoin de ces résultats dans l'étude qui fait l'objet de cette thèse. L'étude théorique a été faite systématiquement par Glaser [20-21].

D'ailleurs si l'aberration sphérique donne lieu à quelques calculs pratiques à partir de la fonction V permettant une intégrale calculable pour σ, les autres aberrations, à notre connaissance n'ont jamais été pratiquement déterminées pour des systèmes centrés réels.

Peut-être faut-il en chercher la raison dans le fait qu'aucun système

ne permettant d'annuler l'aberration sphérique et les angles d'ouverture restant toujours extrêmement petits, il était inutile de chercher à calculer d'autres aberrations qui, en général, ne sont corrigées qu'après l'aberration sphérique.

Il est donc vraisemblable que, tout au moins pour le microscope électronique, l'étude du coma, de la courbure du champ, de l'astigmatisme, ne sera entreprise de manière pratique que lorsque les problèmes posés par l'aberration sphérique auront été parfaitement résolus.

B. — Calcul de l'aberration sphérique pour les lentilles symétriques a trois diaphragmes

Nous allons étudier maintenant en détail l'aberration sphérique des lentilles électrostatiques pour lesquelles nous avons donné plus haut les éléments cardinaux du premier ordre.

Reprenons l'équation (9) :

$$S = \frac{1}{y_a'^4\sqrt{V_a}} \int_a^b \frac{yH}{\sqrt{V}}\,dx$$

avec :

$$H = \frac{V}{16}\left[\frac{5}{4}\,y^3\left(\frac{V''}{V}\right)^2 + \frac{5}{24}\,y^3\left(\frac{V'}{V}\right)^4 + \frac{14}{3}\,y^2y'^2\left(\frac{V'}{V}\right)^3 - \frac{3}{2}\,yy'^2\left(\frac{V'}{V}\right)^2\right].$$

$y(x)$ est une trajectoire quelconque de l'approximation de Gauss. Nous avons commencé par étudier l'influence de chaque terme de l'expression pour voir la contribution de chacun à l'intégrale générale.

Nous donnons pour quelques lentilles la valeur exacte des quatre intégrales en pour cent :

$$I_1 = \int_a^b \frac{5}{4}\,y^4\sqrt{V}\left(\frac{V''}{V}\right)^2 dx \qquad I_2 = \int_a^b \frac{5}{24}\,y^4\sqrt{V}\left(\frac{V'}{V}\right)^4 dx$$

$$I_3 = \int_a^b \frac{14}{3}\,y^3y'\sqrt{V}\left(\frac{V'}{V}\right)^3 dx \qquad I_4 = \int_a^b -\frac{3}{2}\,y^2y'^2\sqrt{V}\left(\frac{V'}{V}\right)^2 dx.$$

	I_1	I_2	I_3	I_4
Lentille n°72 $\delta_1 = 1{,}4$ $\delta_2 = 0{,}7$	+ 97,13 o/o	+ 2,55 o/o	+ 2,34 o/o	— 2,03 o/o

Nous donnons également les courbes correspondant aux fonctions sous le signe somme. On voit sur ces exemples que l'intégrale I_1 est

prépondérante, que I_3 est positive et vaut environ $0{,}025 I_1$. Enfin que I_2 et I_4 sont de signe contraire et sont telles que $I_2 + I_4$ est inférieure à $0{,}01 I_1$.

En pratique, on pourra donc négliger I_3, I_2, I_4.

L'expression de l'aberration $q_A = \alpha^3 S$ dans le plan objet est donnée avec une approximation suffisante avec :

$$S = \frac{1}{y_a'^4 \sqrt{V_a}} \int_a^b \frac{5\sqrt{V} y^4}{4.16} \left(\frac{V''}{V}\right)^2 dx$$

$$S = \frac{5}{64 y_a'^4 \sqrt{V_a}} \int_a^b \left(\frac{V''}{V}\right)^2 \sqrt{V} y^4 dx$$

$$S = \frac{5 f'^4}{\sqrt{V_a}.64} \int_a^b \left(\frac{V''}{V}\right)^2 \left(\frac{y}{y_b}\right)^4 \sqrt{V} dx.$$

Il est commode d'employer la grandeur sans dimension :

$$S_2 = \frac{S}{f} = \frac{5 f^3}{64.\sqrt{V_a}} \int_a^b \sqrt{V} \left(\frac{V''}{V}\right)^2 \left(\frac{y}{y_b}\right)^4 dx$$

qui ne dépend que des dispositions géométriques de la lentille et du rapport k.

Etude des lentilles épaisses. — Cette étude suppose un calcul complet des éléments d'intégration. Nous l'avons fait dans les mêmes conditions que le calcul des éléments du premier ordre. Nous don-

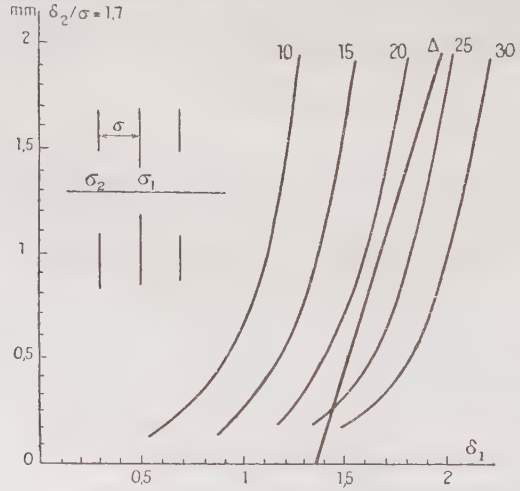

Fig. 35. — Lentilles électrostatiques formées de trois électrodes minces. Valeur de la constante d'aberration sphérique $S_2\left(\frac{\partial_1}{\sigma}, \frac{\partial_2}{\sigma}\right)$ en fonction de δ_1 et δ_2 pour $\sigma = 1{,}7$ mm.

nons l'ensemble des résultats sur une abaque où sont tracées les courbes $\delta_2\left(\frac{\delta_1}{\sigma}, \frac{\delta_2}{\sigma}\right)$ en fonction des éléments δ_1, δ_2 pour $\sigma = 1{,}7$ mm. Il faut simplement remarquer que S_2 étant sans dimension cette grandeur ne dépend que de $\frac{\delta_1}{\sigma}$ et $\frac{\delta_2}{\sigma}$ (fig. 35).

L'examen du graphique représentant les valeurs de S_2 montre que pour $\delta_2 > \frac{\sigma}{2}$ l'influence de δ_2 est faible. Au contraire pour des valeurs très petites de δ_2 cette influence peut être prépondérante. Pour cette raison nous avons réservé une étude particulière aux petits diaphragmes.

L'influence de δ_1 reste prépondérante comme pour les foyers. Il est notable de remarquer que pour tous les points figuratifs voisins de la droite Δ (qui est à la limite des objectifs utilisables) la valeur de S_2 reste à peu près constante. Il en résulte que si on emploie des lentilles de plus court foyer utilisable avec $k = 1$ le choix de δ_1 et δ_2 a une influence négligeable sur S_2.

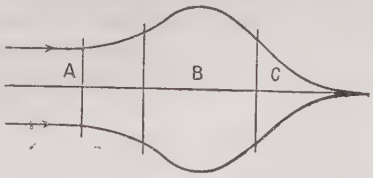

Fig. 36.

Remarque I.

Il est intéressant de chercher quelle est la contribution des parties divergentes et convergentes d'une lentille épaisse dans l'expression de S_2 (fig. 36).

Nous donnons ci-dessous les résultats du calcul pour quelques cas qui correspondent à des valeurs quelconques de δ_1 et δ_2.

mm.	2,17	1,15	1,5	1,12	1,7	2	0,9	1,2	2,26	0,88	1,85	1,67
mm.	1,55	0,82	2,1	0,29	0,85	1	0,9	1,2	3,18	0,23	0,47	1,19
A o/o	6	1,9	1,9	4,8	5,6		2,2	2		4,2	8,7	3,5
B o/o	89,9	95,9	97,3	94,7	92,3		93,3	95		86,4	87	95
C o/o	4	2,2	0,8	0,6	2		4,6	3		9,4	4,3	1,5

Les contributions des portions A et C divergentes et B convergente sont données en pourcentage ($A + B + C = 100$).

On voit que dans tous les cas indiqués (où ne figurent pas de très petites valeurs de δ_2) la portion convergente donne le terme prépondérant de l'aberration (toujours supérieur à 85 o/o). On voit d'autre part que la contribution de la portion divergente d'entrée diminue avec δ_2, ce qui est tout à fait naturel car lorsque δ_2 diminue la valeur

de V″ au passage de l'électrode latérale croît. Mais ceci n'a qu'une valeur d'indication, car ce n'est que dans les cas extrêmes ($\delta_1 = \delta_2 = 0$) que l'on peut séparer l'influence des diaphragmes d'entrée et de sortie sur les éléments caractéristiques des lentilles.

Remarque II.

Pour des valeurs moyennes de δ_2, la constante S_2 varie comme f et il est parfois commode de se servir de la constante $S_3 = \frac{\sigma S_2}{f}$, sans dimension.

Cette constante est égale à 13 ± 5 o/o pour :

$$0{,}7 < \delta_1 < 2 \qquad 0{,}5 < \delta_2 < 1 \qquad \sigma = 1{,}7$$

δ_1, δ_2, σ étant exprimés en millimètres.

Aberration correspondant au passage d'une petite ouverture. — Nous devons dire quelques mots de l'aberration correspondant au passage de petits diaphragmes. Lorsque le diaphragme devient très petit et reste d'épaisseur infiniment mince on a une brusque variation de V′ qui passe de o à V'_a et V″ présente un point singulier $V'' = \infty$ au point $x = 0$ (fig. 37).

Fig. 37.

En fait l'épaisseur du diaphragme qui n'est pas inférieur à 1/10 de millimètre devient vite grande devant le diamètre du trou et à la limite on aurait plutôt un canal qu'un trou percé dans une feuille infiniment mince. Quoi qu'il en soit toutes les formes sont possibles entre ces extrêmes (fig. 38). Mais la forme de $V(x)$ sera toujours à peu

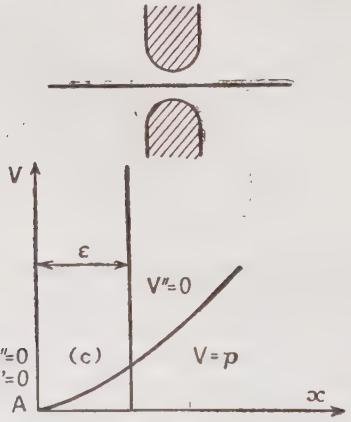

Fig. 38.

près la même. La courbe (C) qui représente V entre les points A et P où $V''=0$ sera de la forme :

$$V = V_a + V_a\varepsilon^{-4}(ax^4 + b\varepsilon x^3)$$
$$V'_x = V_a\varepsilon^{-4}(4ax^3 + 3b\varepsilon x^2)$$
$$V''_x = V_a\varepsilon^{-4}(12ax^2 + 6b\varepsilon x)$$

Les conditions :

$$V'(\varepsilon) = p$$

et :

$$V''(\varepsilon) = 0$$

entraînent :

$$2a\varepsilon^2 = -b\varepsilon^2 \qquad b = -2a$$
$$p = V_a\varepsilon^{-4}(4a\varepsilon^3 - 6a\varepsilon^3) = -2aV_a\varepsilon^{-1}$$

d'où finalement :

$$V'' = 6V_a\varepsilon^{-4}(2ax^2 - 2a\varepsilon x)$$
$$V'' = 6V_a\varepsilon^{-4}2a(x^2 - \varepsilon x)$$

ou :

$$V'' = -\frac{\varepsilon^{-4}.6V_ap\varepsilon}{V_a}(x^2 - \varepsilon x) = -6p\varepsilon^{-3}(x^2 - \varepsilon x).$$

L'expression de l'aberration sphérique donne avec $y = y_b$, $V = V_a$:

$$S_2 = \frac{5f^3}{64}\int_0^\varepsilon \left(\frac{V''}{V}\right)^2 dx = \frac{5f^3}{64V_a^2}\int_0^\varepsilon V''^2 dx$$
$$S_2 = \frac{5.36p^2\varepsilon^{-6}f^3}{64V_a^2}\int_0^\varepsilon (x^2 - \varepsilon x)^2 dx$$

or :

$$\int_0^\varepsilon (x^2 - \varepsilon x)^2 dx = \int_0^\varepsilon (x^4 - 2\varepsilon x^3 + \varepsilon^3 x^2) dx = \left[\frac{x^5}{5} - \frac{2\varepsilon x^4}{4} + \frac{\varepsilon^2 x^3}{3}\right]_0^\varepsilon$$
$$= \left[\frac{1}{5} - \frac{2}{4} + \frac{1}{3}\right]\varepsilon^5 = \left[\frac{17}{60}\right]\varepsilon^5$$

$$S_2 = \frac{5.36p^2f^3}{64V_a^2\varepsilon}\cdot\frac{17}{60} = \frac{5.17.6}{640}\frac{p^2f^3}{\varepsilon V_a^2}$$

or :

$$p \# \frac{V_a}{\sigma}$$

d'où :

$$S_2 \# \frac{5f^3}{\varepsilon\sigma^2}\frac{102}{640} = \frac{5\sigma^3 f^3}{\varepsilon\sigma^2}\frac{102}{640} = \frac{\sigma}{\varepsilon}f^3\frac{102}{128}.$$

La contribution due à l'ouverture d'entrée est donc :

$$S_2^e = 0{,}8\,\frac{\sigma}{\varepsilon}\,f_1^3.$$

Pour les plus petits foyers utiles où $f_1 \# 1$ on a :

$$S_2^e \# 0{,}8\,\frac{\sigma}{\varepsilon}\ .$$

Si on admet que $\varepsilon \backsim \delta_2$, on a :

$$S_2^e = 0{,}8\,\frac{\sigma}{\delta_2}\ .$$

Pratiquement pour un trou de 1/10 de millimètre et $\sigma = 1$ cm. on aurait :

$$S_2^e \# 80.$$

Si on rapproche ce chiffre de celui de 5/100 à 10/100 S_2 avec $S_2 \# 20$ pour les lentilles normalement utilisées, on voit qu'il est considérable. Ce résultat suppose que la forme du petit diaphragme correspond à celle indiquée ci-contre (fig. 39) où l'épaisseur reste de l'ordre de δ_2. On aboutit alors à une aberration infinie quand δ_2 tend vers 0.

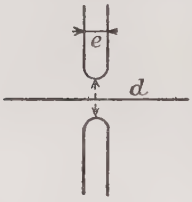

Fig. 39.

Si l'emploi de petits diaphragmes est utile à l'entrée même de la lentille, ou au centre, on peut très bien trouver des dispositions permettant d'éviter une aberration aussi prohibitive.

Considérons par exemple la lentille L_{II} dérivée de L_I où l'électrode centrale est remplacée par une électrode épaisse ayant la forme de l'équipotentielle V_c et portée à la tension U. Si la tension U des électrons est la même dans les deux cas, on réalise

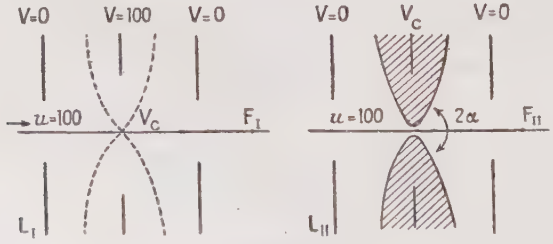

Fig. 40.

une lentille possédant un trou central aussi petit que l'on veut et ayant l'aberration de L_I (fig. 40).

On voit par l'étude des équipotentielles de ces systèmes de révolu-

tion que l'angle α est toujours égal à 54°44. Pratiquement on réalisera donc des lentilles à petits trous centraux en taillant des électrodes coniques d'ouvertures 54°44.

Une remarque du même ordre peut être faite pour les trous latéraux, comme il est indiqué ci-après (fig. 41).

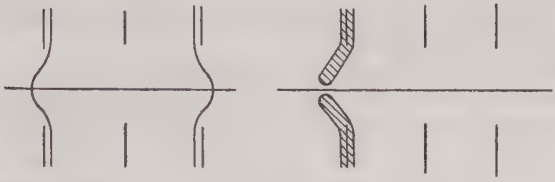

Fig. 41.

On reconnaît d'ailleurs là une forme d'électrode latérale employée par certains constructeurs étrangers.

Etude de la constante d'aberration S_2 *pour* $k \neq 1$. — Nous avons vu au chapitre précédent comment en agissant sur le facteur k on pouvait rendre utilisables des lentilles à très court foyer. Nous devons voir quel est le résultat d'une telle opération sur la constante d'aberration sphérique. Nous avons étudié cette influence de k dans quelques cas particuliers. Le calcul de l'aberration est un calcul assez long. Pour chaque valeur de k, il faut en effet obtenir la trajectoire y_k, dont la connaissance est indispensable pour avoir l'intégrale S_2.

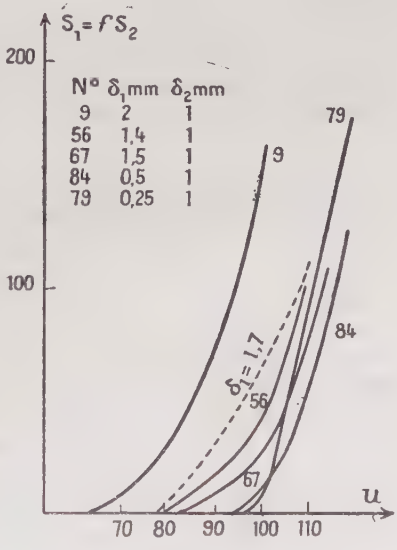

Fig. 42.

Sur le graphique ci-contre (fig. 42) nous indiquons $S_1 = f S_2$ pour des lentilles à $\sigma = 1{,}7$ mm. ;

a) pour 5 lentilles avec $\delta_2 = 1$ mm. et $\delta_1 = 0{,}24$; 0,50 ; 1 ; 1,4 ; 2 mm. On voit que sauf pour les petites valeurs de δ_1 les courbes ont des pentes sensiblement égales au voisinage de $U = 100$.

On a :

$$\frac{\Delta S_1}{\sigma} = 380 \frac{\Delta U}{V_1} ;$$

b) pour une lentille :

($\sigma = 1{,}7$ mm. $\delta_1 = 1{,}7$ mm. $\delta_2 = 2{,}4$ mm.).

On voit que l'influence de δ_2 modifie assez notablement la forme de la courbe (tracé en pointillé).

Ces résultats peuvent donner des indications très utiles pour savoir ce que devient le pouvoir séparateur d'un objectif lorsqu'on fait varier le foyer en modifiant la tension. Nous en verrons de plus une application dans l'étude des lentilles épaisses. Mais dès maintenant nous pouvons nous en servir pour résoudre le problème suivant : peut-il être avantageux au point de vue des aberrations d'utiliser des lentilles avec $k \neq 1$?

Aberration de sphéricité des lentilles d'électrodes centrales de diamètres différents, mais ramenées par une variation de K *au même foyer utilisable.* — Partant d'une série de lentilles de même

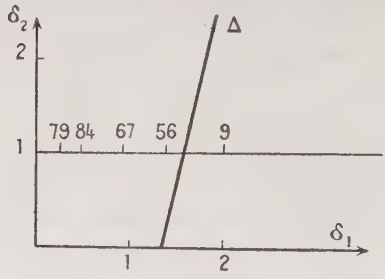

Fig. 43.

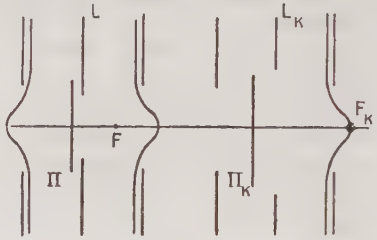

Fig. 44.

δ_2 et σ et de δ_1 et k variables nous avons calculé la valeur de S_2 pour une commune valeur du foyer $f_k = f_\Delta$ correspondant au plus court foyer utilisable, l'objet étant au potentiel o (fig. 43 et 44).

Pour $\delta_2 = 1$ mm., $\sigma = 1{,}7$ mm. nous avons les résultats suivants : Ce qui nous donne le graphique suivant :

N° des lentilles $\delta_2 = 1$ mm.	79	84	67	56	$L_{k=1}$	9
δ_1 mm. . . .	0,26	0,5	1	1,4	1,59	2
k	0,80	0,85	0,51	0,97	1	
S_2	105	66	36	27	25	23

On voit que les lentilles à électrodes minces et à courts foyers utilisées avec une valeur de k permettant d'avoir un foyer à l'extérieur du champ, donnent une constante d'aberration S_2 moins favorable que les lentilles à grand foyer et avec $k < 1$, mais cette variation de S_2 est petite ; quand δ_1 varie de 1,4 à 2 mm. S_2 varie de 24 à 20 (fig. 45).

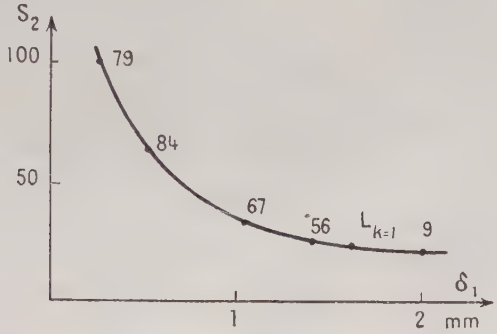

Fig. 45.

Notons que ces résultats sont valables pour fS_2 puisque nous avons toujours $f_k = f_\Delta$. Nous verrons au dernier chapitre que le pouvoir séparateur est lié à fS_2 ; nous pouvons donc dire dès maintenant que le pouvoir séparateur dépendra peu de δ_1, si on emploie la lentille dans les conditions telles que $f_k = f_\Delta$.

Influence de l'épaisseur de la lentille centrale sur la constante d'aberration sphérique. — Nous avons vu au chapitre II que l'épaisseur de la lentille centrale a une influence notable sur la valeur du foyer. Comme toutes choses égales d'ailleurs (V, V', V''), la constante d'aberration S_2 est proportionnelle à f^3, on doit s'attendre à une variation de la constante S_2 avec e.

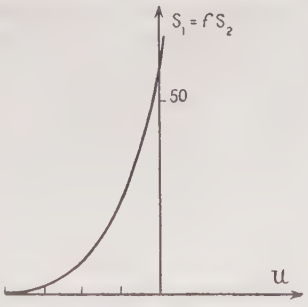

Fig. 46.

Nous allons faire cette étude par le même procédé que celui qui nous a servi au chapitre II, en considérant les lentilles L_0, L_I, L_{II}, L_{III}, L_{IV}. Les constantes d'aberration S_2^I et S_2^{III} des lentilles (I) et (III) sont obtenues par lecture directe sur la courbe $S_2 = f(U)$ que nous reproduisons ci dessous (fig. 46), courbe obtenue expérimentalement pour la lentille L_0 ($\sigma = 1{,}7$ mm., $\delta_1 = 1{,}85$ mm., $\delta_2 = 0{,}47$ mm.).

Les résultats sont indiqués dans le tableau ci-contre. On voit en comparant les valeurs S_2^{III} et S_2^{IV} des lentilles L_{III} et L_{IV} qui ne diffèrent que par l'épaisseur de l'électrode centrale, que le gain sur l'aberration peut être très sensible pour $e > e_0$ (fig. 47).

Fig. 47.

δ . . .	1,78	1,73	1,61	1,51	1,4
e	0,40	0,52	0,754	0,87	0,99
δ_2^{III} . . .	52,5	32,5	15	84	7
δ_2^{IV} . . .	110	98,5	81	66	58

Mais pour faire une analyse vraiment correcte du gain obtenu sur l'aberration par l'augmentation de l'épaisseur il faudra se placer aux conditions d'emploi du foyer minimum utile.

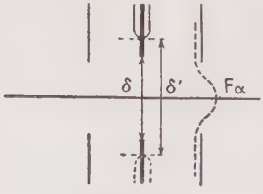

Fig. 48.

Fig. 49.

Nous ferons le raisonnement suivant. Partons d'une lentille $(\alpha)(e_0, \delta)$ dont le foyer F_α est à la limite du champ (fig. 48). Si nous augmentons δ en δ' la distance focale augmente, mais en choisissant $e > e_0$ on

peut trouver une valeur de e telle que le foyer soit encore à la limite du champ. On calculera alors la constante d'aberration correspondante S_L.

Nous avons fait le calcul à partir des éléments obtenus plus haut.

Il faut bien remarquer que c'est la *position* du foyer qui compte et qu'il est indispensable de connaître la position du plan principal. Nous calculons CH par la formule :

$$CH = 0{,}06\,\frac{\delta_1 \sigma}{\delta_2 + e}$$

d'où $(CF)_I$ pour L_I et $(CF)_{III}$ pour L_{III}. Nous plaçons les foyers F_0 et F_e (fig. 49) correspondant aux lentilles (III) et (IV) et nous extrapolons pour trouver la valeur e_m telle que le foyer soit en L et ensuite la valeur S_m. Les résultats sont indiqués sur le tableau ci-dessous. On voit ainsi que l'on obtient un gain notable sur l'aberration en augmentant à la fois l'épaisseur et le diamètre de l'électrode centrale. Le gain obtenu est de l'ordre de 1,15 sur S_1.

δ. . . .	1,78	1,73	1,61	1,51	1,40
ε_m . . .	0,51	0,50	0,48	0,36	0,25
S_m . . .	50	51	54	56	58
V_c . . .	78	78,3	78,1	78	77,8

On peut se demander s'il y a intérêt à augmenter encore l'épaisseur de l'électrode centrale. Pour cela nous avons fait une mesure directe à la cuve avec une véritable électrode épaisse d'épaisseur $e = 3e_0$. En conservant la même valeur de ρ et du diamètre de l'électrode centrale on trouve $S_1 = 53$, c'est-à-dire une légère augmentation de S_1. L'aberration est minima pour $e \# 2e_0$.

Remarque I.

La méthode précédente illustre de manière intéressante comment on peut faire des raisonnements simples à partir des surfaces équipotentielles sans être obligé de refaire des relevés et des calculs.

Remarque II.

Traçons sur un graphique le dessin (fig. 5o) des électrodes centrales où nous avons fait varier (e) et (δ) pour obtenir les conditions minima, ainsi que les équipotentielles correspondantes passant par le centre de la lentille qui sont toutes tangentes à la droite d faisant un angle de 54°4 avec l'axe optique. Pour la lentille d'aberration minima l'équipotentielle V_c tend à se confondre avec d. De plus pour ces diverses lentilles les valeurs de V_c sont très voisines les unes des autres.

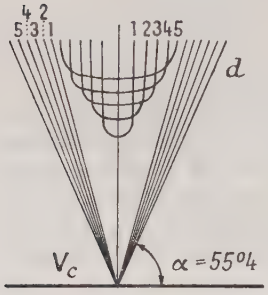

Fig. 5o.

Calcul de l'aberration chromatique dite de relativité. — Nous avons remarqué au chapitre II que si les propriétés d'homogénéité relativement à V, V′, V″ de l'équation classique des trajectoires :

$$4Vy'' + 2V'y' + yV'' = 0 \qquad (10)$$

entraîne l'invariance des éléments cardinaux par rapport aux tensions ce résultat n'est plus valable en dynamique relativiste.

L'équation (10) doit être remplacée par l'équation (11) :

$$4Vy'' + 2V'y' + yV'' = \frac{2V^2}{V + V_0}\, y''. \qquad (11)$$

Si nous changeons V en kV, y prendra la valeur $(y + a)$ et par suite l'équation (11) devient :

$$4V(y'' + a'') + 2V'(y' + a') + (y + a)V = \frac{2V^2}{V + \frac{V_0}{k}}\,(y'' + a'') \qquad (12)$$

qui combinée avec (11) donne :

$$4Va'' + 2V'a' + aV'' = 2V^2\left[\frac{1}{V + \frac{V_0}{k}} - \frac{1}{V + V_0}\right]y'' \qquad (13)$$

en négligeant a'' devant y''.

Le second membre est une fonction connue de x et on obtient a en intégrant l'équation (13) par approximations successives.

On sait qu'il est possible d'utiliser les lentilles électrostatiques en courant alternatif. Voyons quelle aberration va résulter de cet emploi

pour un faisceau électronique de 100 000 volts. Dans ce cas on a $k = 0$ d'où $\frac{1}{V_0 + \frac{V_0}{k}} = 0$ et l'équation (13) se réduit à :

$$4Va'' + 2V'a' + aV'' = \frac{2V^2}{V + V_0} y''$$

c'est-à-dire à l'équation (12) du chapitre II. On a vu que l'intégration de cette équation dans le cas d'une lentille de : $f = 2{,}65$ mm.

($\delta_1 = 1{,}5$ mm. ; $\delta_2 = 0{,}73$ mm. ; $2\alpha = 4.10^{-3}$; $\sigma = 1{,}7$ mm.)

nous conduit à une valeur de 216 mμ qui est précisément l'aberration cherchée. Ceci suffit à expliquer pourquoi les images obtenues en courant alternatif sont beaucoup moins nettes que celles obtenues en courant continu.

Nous avons fait également un calcul pratique pour une lentille excitée à 100 000 volts et avec un k correspondant à une stabilité de 1/100. La résolution de l'équation (13) nous donne alors :

$$a'_x = \frac{1}{4\sqrt{V}} \int_a^x \left[\frac{-aV''}{\sqrt{V}} + \frac{2V^2 y''}{(V + V_0)\sqrt{V}} - \frac{2V^2 y''}{V + \frac{V_0}{k}\sqrt{V}} \right] dx.$$

La tache dans le plan focal provoquée par cette aberration est un disque de quelques mμ de diamètre en moyenne. Cette aberration est donc du même ordre de grandeur que l'aberration théorique de sphéricité et de diffraction, que nous obtiendrons au chapitre IV. Elle serait encore plus importante pour des stabilités en tension inférieure à 1/100 ou pour des tensions d'accélération plus grandes que 100 000 volts. Ceci montre d'une manière très nette que même dans le cas des systèmes électrostatiques on ne peut pas se passer d'une bonne stabilisation de tension.

Pour les valeurs de k très voisines de 1, on posera $\frac{1}{k} = 1 + \varepsilon$ et l'expression de a'_x devient :

$$a'_x = \frac{1}{4\sqrt{V}} \int_a^x \left[-\frac{aV''}{\sqrt{V}} + \frac{2\varepsilon V_0 V^2 y''}{(V + V_0)^2 \sqrt{V}} \right] dx \qquad (13\ bis)$$

avec $\varepsilon = 1/100$ et pour la lentille suivante :

$\delta_1 = 1{,}5$ mm. $\quad \delta_2 = 0{,}73$ mm. $\quad \sigma = 1{,}7$ mm. $\quad f = 2{,}65$ mm.

on obtient l'expression correcte de a' en deux intégrations ; d'où l'expression de l'aberration pour une ouverture 2α :

$$a_r = 1{,}08.10^{-3}.2\alpha \text{ mm.}$$

Pour $2\alpha = 4.10^{-3}$ qui est l'ordre de grandeur pratique permettant d'égaler les aberrations de diffraction et de sphéricité, on obtient :

$$a_r = 4{,}32.10^{-6} \text{ mm.}$$

Il est aisé de voir que a_r est proportionnel à ε à cause du caractère linéaire en a et ε de l'équation (13 *bis*). On écrira donc à condition que ε reste petit :

$$a_r = 0{,}108.2\alpha\varepsilon.$$

Remarque. — L'emploi de protons permet de réduire considérablement cette aberration car on a $V_0 = 920\,000$ kv. au lieu de 500 kv., ce qui donne en négligeant V devant V_0.

a_r (protons) $\# 5{,}35.2\alpha\varepsilon.10^{-5}$ mm. pour la lentille considérée plus haut.

Calcul de l'aberration chromatique proprement dite. — Si nous supposons la tension bien stabilisée pour que l'influence de l'effet de relativité soit négligeable, il reste encore une autre cause d'aberration chromatique due au spectre d'énergie des électrons issus de l'objet.

En effet d'une part les électrons issus de la cathode présentent des variations d'énergie de quelques dixièmes de volt, d'autre part à la traversée de l'objet, le faisceau électronique subit une perte d'énergie qui varie de o à quelques dizaines de volts.

Il faut étudier l'influence de ces variations brusques lorsque le potentiel de l'électrode central reste fixe. C'est un problème absolument analogue à celui que nous avons traité au chapitre II quand nous avons cherché à exprimer l'influence de la variation du potentiel de l'électrode centrale sur la distance focale. Nous avons posé alors $V_1 = kU$, V_1 étant la tension de la lentille centrale et U la tension d'accélération du faisceau. Nous avons établi la formule (14) :

$$f_k = f_1\left[1 + p\left(\frac{1}{k} - 1\right)\right]. \qquad (14)$$

Si nous considérons des variations ΔU de la tension d'accélération, la tension de la lentille centrale restant U, l'expression :

$$V_1 = kU$$

devient :

$$U = k(U + \Delta U)$$

d'où :

$$\Delta U = U\left(\frac{1}{k} - 1\right).$$

La formule (14) devient :

$$f_{\Delta U} = f_0\left(1 + p\,\frac{\Delta U}{U}\right)$$

d'où la variation de foyer correspondant à ΔU :

$$\frac{\Delta f}{f} = p\,\frac{\Delta U}{U}\,.$$

Il est commode d'évaluer l'aberration qui correspond à une variation Δf du foyer. Un point à l'infini au lieu de converger en F donne une tache de diamètre $2\Delta f.\alpha$ pour des rayons inclinés de α sur l'axe optique. L'expression de l'aberration chromatique est donc :

$$A_c = 2\Delta f.\alpha = 2pf\,\frac{\Delta U}{U}\,\alpha.$$

C'est donc les valeurs de p calculées au chapitre précédent qui donnent la mesure de l'aberration chromatique.

Ordre de grandeur de l'aberration chromatique. — Prenons pour fixer les idées une ouverture $2\alpha = 1/100$ de radian :

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{1}{100\,000} = 10^{-5} \qquad \text{et} \qquad pf \# 10 \text{ mm}.$$

il vient :

$$A_c = 10.10^{-5}.10^{-2} = 10^{-6} = 1 \text{ m}\mu.$$

Il en résulte qu'il est très avantageux de pouvoir combiner des appareils fonctionnant sous des tensions de plus en plus grandes pour diminuer le facteur $\frac{\Delta U}{U}$.

Ceci justifie en partie cette course aux hautes tensions à laquelle nous assistons actuellement en optique électronique.

Conclusion

En abordant l'étude des aberrations des lentilles électroniques, on a l'impression d'avoir à sa disposition de nombreux paramètres et il semble tentant de chercher à réaliser la lentille d'aberration minima.

En réalité la constante d'aberration sphérique S_2 reste positive et, pour les lentilles à trois électrodes de dimensions quelconques sa valeur est toujours la même si on emploie toujours le plus petit foyer utile.

L'amélioration est moins à chercher dans la forme spécialement étudiée des électrodes que dans l'emploi de surfaces permettant de réaliser la distance explosive minima.

Il y a là une circonstance très spéciale à l'optique des lentilles électroniques. Cette impossibilité dans laquelle on est d'agir sur chaque paramètre de manière indépendante conduit finalement à une aberration qui limite théoriquement le pouvoir séparateur. Une nouvelle solution de l'objectif du microscope électronique sera peut-être trouvée dans l'emploi du miroir électronique. Il existe des travaux récents de Henneberg et Rechnagel sur ce problème.

L'emploi de miroir à constante d'aberration négative qui peuvent se combiner aux lentilles à constante d'aberration positive, permettra peut-être de faire progresser ce problème très important. Il est à craindre cependant que le passage d'électrons dans une zone de vitesse pratiquement nulle entraîne des aberrations d'un autre ordre. Les résultats expérimentaux obtenus jusqu'ici avec les miroirs sont inférieurs à ceux obtenus par transmission directe.

CHAPITRE IV

Le pouvoir séparateur de l'objectif électrostatique et le microscope à protons.

A. — Le pouvoir séparateur du microscope électronique électrostatique

Dans les précédents chapitres nous avons calculé les éléments cardinaux des lentilles électrostatiques à partir des équations de la dynamique du point et sans faire intervenir la notion d'ondes associées aux corpuscules.

La seule présence de l'aberration de sphéricité, nous a conduit pour des ouvertures de l'ordre de 1/100 à des pouvoirs séparateurs de l'ordre de quelques mμ bien supérieurs à ceux des meilleurs microscopes lumineux. Mais l'emploi nécessaire de ces très petites ouvertures va donner aux aberrations de diffraction une importance prépondérante. Cela nous conduira à déterminer une ouverture optima et à calculer l'ordre de grandeur de la limite du pouvoir séparateur théorique du microscope électronique. Nous verrons que seul l'emploi des protons permet de reculer cette limite d'une manière notable.

Expression de l'aberration de diffraction. — L'expression classique de la longueur d'onde associée :

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

donnée par M. Louis de Broglie est rigoureuse en mécanique relativiste. Nous avons vu au premier chapitre, que, en prenant la cathode comme origine des potentiels on a :

$$mv^2 = \frac{e^2}{c^2}(V^2 + 2VV_0) \qquad \text{avec} \qquad m_0c^2 = eV_0$$

d'où :

$$\lambda_r = \frac{hc}{e\sqrt{V^2 + 2VV_0}}.$$

Dans le cas où V est petit devant $V_0 = 500\,000$ volts on peut écrire :

$$\lambda_c = \frac{hc}{e\sqrt{V_0}\sqrt{2V}}.$$

L'emploi de λ_c fait commettre une erreur facile à évaluer. On a en effet :

$$\lambda_c = \lambda_r \sqrt{\frac{V}{2V_0} + 1}.$$

Par exemple :

à 100 000 volts : $\lambda_c = 1{,}05\,\lambda_r$

à 250 000 volts : $\lambda_c = 1{,}12\,\lambda_r$.

Donc pour les calculs du microscope électronique nous pouvons prendre en première approximation la valeur λ_c qui est en unités pratiques (V en volts, λ en mμ) :

$$\lambda_c = \frac{1{,}22\ \text{m}\mu}{\sqrt{V}}.$$

Pour 100 000 volts on a : $\lambda_c = 0{,}35.10^{-2}$ mμ.

On aurait donc à 100 000 volts s'il était possible d'employer de grandes ouvertures comme en optique lumineuse un pouvoir séparateur considérable.

Mais comme nous l'avons vu, l'aberration de sphéricité nous conduit à employer des ouvertures très faibles, inférieures au 1/100 pour atteindre un pouvoir séparateur de l'ordre du mμ. L'ouverture va donc jouer un rôle considérable pour la diffraction.

Le rayon de la tache de diffraction circulaire donnée par un objet, divisé par le grossissement ou aberration de diffraction ramenée au plan objet est donnée par l'expression :

$$a_\alpha = \frac{0{,}61\lambda}{\sin\alpha}.$$

Comme l'ouverture numérique 2α est toujours petite, on peut écrire :

$$a_\alpha = \frac{0{,}61\lambda}{\alpha}.$$

Or, nous avons trouvé pour l'aberration sphérique l'expression :

$$a_s = S\alpha^3$$

et il se trouve que pour des tensions d'accélération de l'ordre de 100 000 volts et des valeurs de α de l'ordre de 1/100 a_s et α_α sont du même ordre de grandeur et varient en sens inverse. Il faut donc chercher les valeurs des paramètres qui donnent le meilleur pouvoir séparateur. Le raisonnement le plus simple, indiqué par Rebsch (12)

consiste à admettre que $A = a_\alpha + a_s$. Cette manière de voir est certainement un peu grossière, mais elle donne simplement une évaluation commode de l'ouverture optima.

Expression de l'ouverture optima et du meilleur pouvoir séparateur dans l'hypothèse où $A = a_\alpha + a_s$ *et dans le cas où le type de la lentille, sa distance focale et la longueur d'onde employée sont déterminés.* — On a :

$$A = a_\alpha + a_s = \frac{0{,}61\lambda}{\alpha} + S_2 f\alpha^3.$$

La condition $\frac{dA}{d\alpha} = 0$ donne immédiatement :

$$\frac{0{,}61\lambda}{\alpha^2} = 3\alpha^2 f S_2$$

d'où :

$$\alpha_m = 0{,}67\sqrt[4]{\frac{\lambda}{fS_2}}$$

ce qui donne l'aberration minima :

$$A_m = 1{,}2\lambda\sqrt[4]{\frac{fS_2}{\lambda}}. \qquad (1)$$

On voit qu'on obtiendra l'aberration minima en prenant un type de lentille tel que S_2 est le plus petit possible, S_2 est un nombre sans dimension qui ne dépend que de la forme de la lentille. S_2 étant choisi, on prendra f aussi petit que possible, f est alors limité par la distance explosive qui entraîne une limite inférieure pour σ comme nous l'avons établi au chapitre II. Bien entendu, ce raisonnement suppose que l'on peut réaliser α_m pratiquement.

Prenons par exemple le cas pratique suivant :

$V = 40\,000$ volts $\qquad \lambda = 0{,}61 \cdot 10^{-2}$ mμ

$S_2 = 18$ $\qquad f = 2{,}5$ mm.

on a :

$\alpha_m = 2{,}29 \cdot 10^{-3}$ $\qquad A_m = 2{,}22$ mμ

mais ceci conduit à un diaphragme de diamètre :

$$D = 2\alpha f = 1{,}15 \cdot 10^{-2} \text{ mm}.$$

La construction de très petits diaphragmes, de diamètre inférieur à 1/100 de millimètre est très délicate. Comme D décroît comme f, il n'est peut-être pas tout à fait correct de dire que f doit être pris le plus petit possible. On arrive à une expression erronée pour A_m si D n'est pas réalisable. Nous allons donner une autre expression du pouvoir séparateur qui peut être utile.

Expression du foyer optimum et du meilleur pouvoir séparateur dans l'hypothèse où $A = a_\alpha + a_s$ *et dans le cas où le diamètre du diaphragme* D *et les grandeurs* S_2 *et* λ *sont données.* — Nous prendrons f comme variable.

On a :

$$A = \frac{1,22\lambda f}{D} + \frac{S_2 D^3}{8f^2} \qquad \text{car} \qquad 2\alpha = \frac{D}{f}.$$

La condition $\frac{\partial A}{\partial f} = 0$ donne :

$$f_m = D\sqrt[3]{\frac{S_2 D}{4,8\lambda}} \qquad \text{et} \qquad A_m = 1,8\lambda\sqrt[3]{\frac{S_2 D}{4,8\lambda}}. \qquad (2)$$

Reprenons l'exemple précédent en fixant :

$D = 2.10^{-2}$ mm. $\quad V = 40\,000$ volts $\quad \lambda = 0,61.10^{-2}$ mμ $\quad S_2 = 12.$

Il vient :

$$f_m = 4,64 \text{ mm.} \qquad A_m = 2,53 \text{ mμ}$$

ce qui montre que l'ouverture du diaphragme n'est pas très critique à condition d'adapter la distance focale aux conditions optima.

Gain obtenu avec les courts foyers et les courtes longueurs d'onde. Calcul d'une limite du pouvoir séparateur. — Revenons à la formule (1) :

$$A_m = 1,2\lambda\sqrt[4]{\frac{fS_2}{\lambda}}.$$

Le choix de S_2 étant fait on cherche à rendre λ et f aussi petits que possible.

Dans la discussion qui va suivre on supposera d'abord qu'il est toujours possible de réaliser un diaphragme convenable.

Nous avons vu que les plus courts foyers utilisables sont tels que $f \# \sigma$, σ étant la distance qui existe entre l'électrode centrale et les électrodes latérales. Cette distance minima est proportionnelle à la tension V et on peut poser $f = kV$.

D'autre part, on a $\lambda = \frac{k'}{\sqrt{V}}$.

Si on porte ces expressions dans la formule (1), il vient :

$$A_m = 1,2\lambda\sqrt[4]{\frac{fS_2}{\lambda}} = 1,2\sqrt[4]{fS_2\lambda^3}$$

$$A_m = 1,2\sqrt[4]{kVS_2\frac{k'^3}{V\sqrt{V}}} = \frac{1,2\sqrt[4]{kk'^3S_2}}{\sqrt[8]{V}}.$$

Nous en tirerons deux conclusions :

a) On augmente le pouvoir séparateur en augmentant la tension, mais dans une très faible proportion. Si on double la tension, le gain sur le pouvoir séparateur est $\sqrt[8]{2}$ soit 1,09.

Cette conclusion fait évidemment abstraction des autres avantages qu'il y a en augmentant la tension (aberration chromatique, contraste, etc.).

b) On améliore le pouvoir séparateur en diminuant k coefficient déterminé par la distance explosive. Mais là encore, il faut bien noter qu'en passant d'une distance de 1 cm. pour 200 000 volts à 1 cm. pour 400 000 volts le gain sur A_m ne serait que $\sqrt[4]{2} = 1,19$. Il n'y a donc pas intérêt à fonctionner à une distance trop critique.

En restant dans le cadre de l'hypothèse $A = a_\alpha + a_s$ et en choisissant toujours un foyer extérieur ou limite, $f \# \sigma$, on obtient dans les conditions suivantes qu'il semble difficile de dépasser pratiquement :

$V = 200\,000$ volts $\qquad (\lambda = 0,25 . 10^{-2}$ m$\mu)$
$S_2 = 18 \qquad f = 4$ mm. $\qquad A_m = 0,69$ mμ.

Emploi de foyer $f < \sigma$. — Il est intéressant de discuter l'emploi de lentilles à foyers intérieurs. Bien que de réalisation difficile ils peuvent permettre de reculer encore la limite du pouvoir séparateur.

Nous devons employer un mode de calcul un peu différent de celui que nous avons présenté plus haut. Comme S_2 varie avec le type de la lentille, nous nous servirons d'une remarque faite au chapitre III d'après laquelle nous pouvons mettre S sous la forme :

$$S = fS_2 = \frac{f^2 S_3}{\sigma} \qquad S_3 \# 13$$

où S_3 reste à 5 o/o près une constante valable pour toutes les lentilles du type que nous avons étudié.

Comme nous opérons dans un domaine de très courts foyers nous aurons également de très petits diaphragmes. Nous devons donc admettre que nous sommes capables de réaliser ces diaphragmes et nous placer dans l'hypothèse de la formule (1). Nous devons alors remplacer fS_2 par $\frac{f^2 S_3}{\sigma}$.

Mais une chose reste imposée, c'est le potentiel V_f au foyer qui fixe la tension des électrons au passage de l'objet. Ceci reste indispensable pour faire une comparaison pratique. De plus, en conservant le même potentiel au foyer nous sommes conduits à conserver la même valeur de λ. Nous allons comparer les pouvoirs séparateurs optima dans le cas où $f_1 = \sigma_1$ (A_1) et où $f_2 < \sigma_2$ (A_2). On a :

$$A_1 = 1,2\lambda \sqrt[4]{\frac{\sigma_1 S_3}{\lambda}} \qquad A_2 = 1,2\lambda \sqrt[4]{\frac{f_2^2 S_3}{\sigma_2 \lambda}}$$

d'où :

$$A_2 = A_1 \sqrt[4]{\frac{f_2^2}{\sigma_1 \sigma_2}} .$$

Nous avons vu au chapitre II, comment en laissant σ constant le potentiel V_f varie avec f. On peut écrire approximativement :

$$f = \sigma \frac{V_f}{U}$$

d'où :

$$A_2 = A_1 \sqrt[4]{\frac{V_f}{U} \cdot \frac{V_f}{\sigma_1} \cdot \frac{\sigma_2}{U}} .$$

Or :

$$\frac{V_f}{\sigma_1} \# \frac{U}{\sigma_2} .$$

d'où :

$$A_2 = A_1 \sqrt[4]{\frac{V_f}{U}} . \qquad (4)$$

Donc si on réalise un microscope à 80 000 volts avec $V_f = 40\,000$ volts, le gain sur A n'est que de 1,19. C'est faible, mais cette solution sera peut-être intéressante pour reculer encore la limite du pouvoir séparateur.

Expression du pouvoir séparateur optimum dans le cadre d'une expression plus rigoureuse donnée par Glaser. — Dans les nombreux ouvrages donnant une expression du pouvoir séparateur (11-12-13-15) le disque d'aberration est déterminé par addition linéaire ou quadratique des disques de diffraction ou de défaut d'ouverture. C'est dans l'hypothèse où $A = a_\alpha + a_s$ que nous avons raisonné jusqu'ici. Une telle manière de faire n'est justifiée par aucune raison théorique bien assise. Dans un important mémoire [16] W. Glaser a calculé l'intensité électronique dans le plan image par la mécanique ondulatoire en cherchant l'effet de diffraction d'une onde limitée, non sphérique. Il obtient ainsi une expression correcte du pouvoir de résolution et de l'angle d'ouverture optimum.

Il obtient :

$$A'_m = 0{,}56\lambda \sqrt[4]{\frac{fS_2}{\lambda}} \qquad \alpha'_m = 1{,}13 \sqrt[4]{\frac{\lambda}{fS_2}} . \qquad (5)$$

Ces expressions ont exactement la même forme que les relations (1), mais donnent des valeurs 2 fois plus favorables. Il est difficile, expérimentalement de vérifier l'exactitude de ces formules, car jusqu'ici, les pouvoirs séparateurs obtenus ne coïncident avec les pouvoirs séparateurs théoriques qu'en ordre de grandeur.

Nous nous contenterons de remarquer que les solutions (5) ne

diffèrent de (1) que par la valeur du coefficient. Tous les raisonnements d'ordre qualitatif que nous avons faits jusqu'ici restent donc valables.

Remarque.

Tous les raisonnements faits jusqu'ici sont valables pour le pouvoir de résolution du microscope magnétique. Mais dans ce dernier cas on peut obtenir pour fS_2 une valeur beaucoup plus favorable. On sait construire des lentilles magnétiques donnant $f = 1$ mm. pour 100 kilovolts $S_2 = 1{,}7$ d'où $fS_2 = 1{,}7$. Dans les mêmes conditions on aurait pour un objectif électrostatique $fS_2 = 60$ (en admettant une tension disruptive de 300 000 volts par cm.). Le gain sur le pouvoir de résolution est $\sqrt[4]{\frac{60}{1{,}7}} = 2{,}2$. Il semble donc à peu près incontestable que la solution de l'objectif magnétique soit la meilleure. D'ailleurs jusqu'ici les meilleurs pouvoirs séparateurs ont été obtenus avec des microscopes magnétiques.

Dans la discussion précédente nous avons vu que les progrès à attendre dans l'amélioration de la distance explosive et l'emploi de foyers internes sont finalement assez limités. Il semble donc que dans tous les cas le microscope électronique électrostatique donnera des pouvoirs de résolution deux fois moins bons que les microscopes magnétiques.

Il est symptomatique d'ailleurs de remarquer que les constructeurs étrangers se sont portés uniquement sur la réalisation industrielle du microscope magnétique.

Nous devons remarquer en outre que le seul avantage du microscope électrostatique mis souvent en avant par les constructeurs, à savoir l'inutilité d'une stabilité de tension aussi poussée que pour le microscope magnétique est finalement un peu illusoire. Nous avons vu en effet en étudiant l'aberration de relativité que pour obtenir une aberration de relativité négligeable (inférieure à 0,4 mμ) il faut une tension stable à 1/1 000 pour une ouverture courante $2\alpha = 3/1\,000$.

Nous allons voir maintenant comment l'emploi des protons peut donner tout son intérêt à l'emploi du microscope électrostatique.

B. — Le microscope a protons

Tout au long de cet exposé nous avons insisté sur le fait que l'emploi des protons à la place des électrons dans un système électrostatique ne modifie en rien la trajectoire classique des électrons et la constante d'aberration sphérique. Par contre l'effet de relativité devient tout à fait négligeable et surtout, la longueur d'onde associée permet d'obtenir un pouvoir de résolution beaucoup plus favorable.

Comparaison des pouvoirs séparateurs théoriques du microscope électrostatique à électrons et à protons. — Les expressions (1) ou (5) qui donnent la valeur du pouvoir séparateur et de l'angle d'ouverture optimum ont la même forme :

$$\alpha_m = k\sqrt[4]{\frac{\lambda}{fS_2}} \qquad A_m = k'\lambda\sqrt[4]{\frac{fS_2}{\lambda}}.$$

Les particules étant accélérées sous la tension V on aura dans le cas des électrons :

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV \qquad \lambda_e = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2emV}}$$

et des protons :

$$\lambda_p = \frac{h}{\sqrt{2eMV}}.$$

Soient α_e, α_p, A_e, A_p, les valeurs minima des angles d'ouverture et des pouvoirs séparateurs pour les électrons et les protons. On a :

$$\frac{\alpha_p}{\alpha_e} = \left(\frac{m}{M}\right)^{\frac{1}{8}} \qquad \frac{A_p}{A_e} = \left(\frac{m}{M}\right)^{\frac{3}{8}}$$

avec $M = 1\,840\,m$. on a :

$$\alpha_p = 0{,}39\alpha_e \qquad A_p = 0{,}06A_e.$$

En reprenant l'exemple cité au début du chapitre ($V = 40\,000$ volts, $S_2 = 18$, $f = 2{,}5$ mm.) on aurait :

$$\alpha_p = 10^{-3}.0{,}9 \qquad D = 2\alpha f = 4{,}5.10^{-3} \qquad A_p = 0{,}13\,m\mu.$$

Si on admet maintenant que le pouvoir séparateur des meilleurs objectifs magnétiques est environ deux fois supérieur à celui des objectifs électrostatiques, le gain final obtenu par l'emploi des protons est d'environ 9 relativement aux meilleurs appareils utilisant les électrons. On peut chiffrer ceci en grossissement en disant que l'emploi du microscope permettrait l'emploi de grossissements utiles de l'ordre de 600 000 si on admet un pouvoir séparateur de l'œil de 45 μ.

Le problème du support de l'objet (Rappel des résultats connus pour les électrons). — En microscopie électronique, les préparations transparentes aux électrons sont constituées par des « peaux » de collodion, formvar, alumine, etc., d'une épaisseur de l'ordre de 10 mμ.

L'action de la préparation sur un faisceau d'électrons donne lieu à des effets d'absorption et de diffusion et il est bien difficile de séparer ces deux effets pour calculer l'aberration résultante.

a) *L'absorption.* — A la traversée de la matière, les électrons subissent une perte d'énergie qui se traduit par une perte de vitesse. Cette perte d'énergie ΔU_0 de l'ordre de un à quelques dizaines de volts, est faible devant l'énergie du faisceau électronique (de l'ordre de 100 000 volts) et serait sans importance si à la sortie de l'objet, il n'y avait pas une répartition statistique des valeurs de ΔU_0 d'où résulte une aberration chromatique correspondant aux variations moyennes de tension à la sortie de l'objet ΔU. Von Ardenne donne pour une feuille d'aluminium les valeurs de ΔU_0 en fonction de l'épaisseur Δx et admet que ΔU est de l'ordre de grandeur de ΔU_0 soit pour des électrons de 100 000 volts et une feuille de 10 mμ :

$$\Delta U = 2{,}5 \text{ volts.}$$

Le calcul à partir de la formule de Bothe [17] :

$$\frac{dV}{dx} = 510 \frac{\beta}{(1-\beta^2)^{\frac{3}{2}}} \frac{d\beta}{dx}$$

donnerait 6,3 volts.

On a donc les résultats suivants :

Abaque de von Ardenne	$\Delta U =$ 2,5 volts
Formule de Bothe	$\Delta U =$ 6,3 volts
Perte d'énergie moyenne à partir de l'épaisseur susceptible d'arrêter 100 000 volts .	$\Delta U =$ 10 volts

b) *Pour les particules* α. — D'après les tableaux donnés par Geiger, une feuille d'aluminium de 10 μ ($2{,}79 \cdot 10^{-3}$ g. par cm.) crée une perte d'énergie de 1 450 000 volts (expériences sur le radium C′). Dans la mesure où on peut admettre une variation linéaire de la perte d'énergie une feuille de 10 mμ donnerait une perte d'énergie de 1 450 volts. Mais cette extrapolation à des épaisseurs 10^3 fois plus petites est probablement assez grossière. Nous pouvons espérer avoir une approximation meilleure en traçant la courbe perte d'énergie en fonction de l'épaisseur traversée.

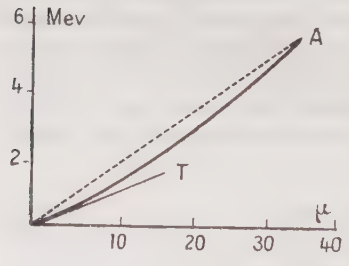

Fig. 51.

La tangente OT diffère peu de la courbe OA (fig. 51).

D'une manière plus rigoureuse théoriquement, on peut calculer la perte d'énergie par ionisation des particules, protons et électrons à travers la matière par la formule de F. Bloch.

Cette formule est la suivante :

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{3}{4} . NZ\Phi_0 m_0 c^2 z^2 \frac{1}{\beta^2} \left[2 \log \frac{m_0 c^2}{ZI_0} + \log \frac{\beta^2}{1-\beta^2} + \log \frac{w}{m_0 c^2} + 1 - \beta^2 + \psi(0) - R\psi\left(\frac{iz}{137\beta}\right)\right]$$

où N est le nombre d'atomes par centimètre cube de substance,

Z le nombre atomique de la substance traversée,

Φ_0 la section efficace de Thomson $= \frac{8}{3}\pi r_0^2 = 6{,}57 . 10^{-25}$ cm^2,

avec $r_0 = \frac{e}{m_0 c^2} = 2{,}81 . 10^{-13}$ cm. (rayon classique de l'électron),

m_0 la masse au repos de l'électron,

z la charge de la particule incidente,

$\beta = \frac{v}{c}$.

w est l'énergie cinétique maxima qui peut être transférée dans un choc de plein fouet à un électron libre. Si la particule incidente d'énergie cinétique E_c est un électron on a $w = E_c$. Si la particule incidente est un proton de masse M_0 la formule donnée par Bhabha [18] :

$$w = \frac{E_c . 2\mu(\gamma + 1)}{1 + \mu^2 + 2\mu\gamma} \qquad \text{où} \qquad \mu = \frac{M_0}{m_0} \qquad \gamma = \frac{M}{M_0}$$

(M, masse relativiste).

Dans le cas des protons de 100 000 volts $\gamma \# 1$, $\mu \gg 1$, et on peut écrire :

$$w \# \frac{4E_c}{\mu}$$

$\psi(x)$ est la dérivée logarithmique de la fonction Γ. R signifie qu'il faut prendre la partie réelle de la fonction.

Pour des particules de grande énergie ce terme ψ est toujours négligé.

Nous verrons que cette expression est incorrecte pour des protons de 100 000 volts.

Le développement en série de $\psi(z)$ rapidement convergent est le suivant :

$$\psi(z) = \psi(0) + \sum_1^n \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{z+n}\right) \qquad \text{pour} \qquad z = iy.$$

On trouve aisément que :

$$R\psi(iy) = \psi(0) - \sum_1^n \frac{y^2}{n(n^2+y^2)}$$

et l'expression :

$$A = \psi(0) - R\psi(iy) = \sum_1^n \frac{y^2}{n(n^2+y^2)} .$$

Nous donnons un tableau qui résume les résultats numériques dans quelques cas particuliers pratiques.

Pour bien montrer l'influence des divers facteurs nous écrivons la formule de Bloch :

$$-\frac{dE}{dx} = P\frac{z^2}{\beta^2}[A + B + C + D]$$

$$P = \frac{3}{4} NZ\Phi_0 m_0 c^2 = 196\,000 \text{ pour l'aluminium}$$

$$B = 2 \log \frac{m_0 c^2}{ZI_0} = 15{,}84 \text{ pour l'aluminium}$$

$$A = \psi(0) - R\psi(iy)$$

$$C = \log \frac{\beta^2}{1-\beta^2} + \log \frac{w}{m_0 c^2}$$

on a :

$$D = 1 - \beta^2.$$

Potentiels	Energie ev	β^2	A	C	A+B+C+D	$\frac{Z^2}{\beta^2}$	$\frac{dE}{dx}$	Pertes d'énergie en ev, dans 10 mμ d'Al	Valeurs expérimentales
Électrons	10^5	0,30	0	− 1,96	14,58	3,3	$9{,}4\ 10^6$	9,4	ordre de grandeur correct
Électrons	3.10^5	0,60	0	1,30	16,14	1,66	$5{,}25.10^6$	5,25	»
Électrons	$6\ 10^5$	0,788	0	1,70	17,54	1,27	$4{,}36.10^6$	4,35	»
Protons	10^5	$2.12.10^{-4}$	0,24	− 16,22	0,86	4 717	$7{,}95.10^8$	795?	1 060
Protons	3.10^5	$6{,}36\ 10^{-4}$	0,09	− 14,02	2,91	1 572	$8{,}96.10^8$	896	
Protons	6.10^5	$12{,}7.10^{-4}$	0	− 12,74	4,10	787	$6{,}22.10^8$	630	
α	$4\ 10^5$	$2{,}12.10^{-5}$	0,51	16,22	1,23	18 868	$4{,}55.10^9$	4 550	
α	$12\ 10^5$	$6{,}36.10^{-6}$	0,30	14,02	3,12	6 289	$3{,}84.10^9$	3 840	
α	$7{,}7.10^6$	$4{,}1.10^{-3}$	0,06	10,28	6,62	974	$1{,}27.10^9$	1 270	1 300 avec Radium C′ sur 10 mμ Al

Ce tableau nous indique plusieurs choses :

Pour les électrons la perte d'énergie calculée par la formule de Bloch est de l'ordre de grandeur de celle donnée par les abaques de Von Ardenne, les formules de Bothe et les mesures expérimentales. On constate que la perte d'énergie diminue quand l'énergie augmente, et passe de 9,4 à 4,35 ev quand l'énergie des électrons incidents passe de 100 000 à 600 000 ev. Ceci nous montre en passant l'intérêt qu'il y a à augmenter la tension pour diminuer l'aberration chromatique due à la traversée de la préparation.

La dernière ligne du tableau indique la perte d'énergie subie par

les particules α du radium c' de 7,7 Mev. On trouve un résultat en bon accord avec l'expérience (1 270 ev au lieu de 1 320 ev).

On remarque de plus que la perte d'énergie va bien en décroissant quand l'énergie augmente.

Pour les protons nous avons fait le calcul pour 100 000, 300 000 et 600 000 ev. Nous constatons que pour 100 000 ev la perte d'énergie est moins grande que pour 300 000 et 600 000 ev. On constate même que la perte d'énergie devient nulle pour une valeur plus faible de l'énergie incidente des protons. Ce résultat ne doit pas nous étonner outre mesure car des protons de 100 000 volts ont la même vitesse que des électrons de 54 volts, c'est-à-dire d'énergie inférieure au potentiel moyen d'ionisation ZI_0.

La valeur donnée pour $\frac{dE}{dx}$ relative aux protons de 100 000 volts est donc très incertaine.

Nous pouvons essayer une approximation meilleure en comparant la perte d'énergie des protons à celle des particules α de même vitesse. En supposant une variation linéaire entre 300 000 et 100 000 ev on serait ainsi conduit à adopter pour la perte d'énergie des protons à 100 000 volts le chiffre de 1 060 au lieu de 795 qui est probablement trop faible.

Si, avec ces résultats nous cherchons à comparer à énergie égale la perte d'énergie des protons et des électrons dans une même feuille de 10 mμ d'aluminium, nous arrivons au résultat suivant :

Energie	10^5 ev.	3.10^5 ev.	6.10^5 ev.
$\frac{\Delta E_p}{\Delta E_e}$	113	170	145

A notre avis le résultat théorique pour 10^5 ev est sûrement encore trop favorable.

Pour des protons de faibles énergies, on connaît des résultats expérimentaux donnés par Reusse et Echardt [22]. Ces auteurs ont étudié la perte d'énergie des protons dans des feuilles de collodion de 25 à 330 mμ pour des énergies allant jusqu'à 50 kv. Pour des épaisseurs inférieures à 100 mμ on obtient une loi linéaire :

$$\Delta E = \frac{2.4}{30} E \quad \text{pour une feuille de 55 m}\mu\text{ de collodion}$$

et :

$$\Delta E = \frac{0.8}{10} E \quad \text{pour une feuille de 25 m}\mu.$$

La perte d'énergie est donc loin d'être proportionnelle à l'épaisseur. Il est tentant de chercher à extrapoler ces résultats jusqu'à 100 000 volts. On obtient alors pour une feuille de collodion de 10 mμ et E = 100 000 ΔE = 3 200 volts.

Si on admet pour le collodion un Z moyen de 6,5, on voit que dans la formule de Bloch employée pour des protons de 100 000 ev le coefficient P sera divisé par 6, mais que le crochet sera à peu près doublé pour des valeurs du crochet voisines de 1. On peut donc admettre pour le collodion une perte d'énergie par unité de longueur, 3 fois plus faible que pour l'aluminium (Notons que pour les électrons on aurait un coefficient 6, l'influence de Z sur l'expression entre crochet étant faible). Dans ces conditions on aurait dans une feuille d'aluminium de 10 mμ une perte d'énergie de l'ordre de 10 000 volts. Ce résultat est 10 fois plus grand que celui obtenu par application de la formule de Bloch. Si ce dernier était sans doute trop faible, celui-ci est sûrement trop fort. Il est donc du plus haut intérêt pour cette étude de faire des mesures expérimentales aussi précises que possible sur la perte d'énergie des protons de 100 000 à 300 000 volts à travers des membranes de quelques mμ de manière à éviter toute interpolation théorique incertaine. Nous avons entrepris ce travail expérimental en collaboration avec M. Claude Magnan. Mais quelle que soit l'incertitude des grandeurs numériques, il est certain que l'emploi des très hautes tensions s'impose nécessairement pour l'optique des protons. On voit en effet que l'expression qui, à un coefficient constant près, donne la valeur de l'aberration chromatique due à la traversée de l'objet nous donne quand on passe de 100 000 à 300 000 volts :

Energie	10^5 ev.	3.10^5 ev.
Electrons .	$9{,}4.10^{-5}$	$1{,}75.10^{-5}$
Protons . . .	$1\,060.10^{-5}$	300.10^{-5}

valeur de $\frac{\Delta E}{E}$

Comme les résultats théoriques sur les protons à 100 000 volts sont un peu douteux nous nous contenterons d'affirmer que :

$$\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\text{protons à 300 000 volts}} \neq 30 \left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\text{électrons à 100 000 volts}}.$$

Donc même pour des protons à 300 000 volts il faut des supports d'objet environ 30 fois moins épais que ceux employés en optique électronique pour avoir un effet d'aberration due à la traversée de l'objet comparable à ceux des électrons à 100 000 volts.

Tout ce que nous avons dit jusqu'ici est valable pour un support d'aluminium de 10 mμ.

Si avec un microscope protonique à 300 000 volts nous voulons avoir $\frac{\Delta E}{E} < \frac{1}{10\,000}$ il faut un support d'épaisseur $e < \frac{10\ m\mu}{30}$ soit $e < 0{,}33\ m\mu$ en aluminium ou $e \neq 0{,}33\ m\mu$ en collodion.

Aberration due à la dispersion spatiale des protons en fonction de l'épaisseur de la couche objet. — Nous allons préciser encore ce qui précède en analysant la dispersion spatiale des protons dans l'objet. On sait en effet que l'effet qui en résulte est prépondérant dans l'étude des couches internes de l'objet et contribue principalement à l'obtention du contraste, ce qui est particulièrement intéressant en biologie.

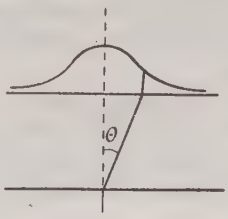

Fig. 52.

Von Ardenne calcule cette dispersion pour les électrons en se servant de la formule de Bothe [17] valables pour les très petits angles :

$$\theta = \frac{8}{V}\,\frac{V + 511}{V + 1\,022}\,Z\sqrt{\frac{\rho \Delta x}{A}}$$

où θ représente l'angle le plus probable de la dispersion (fig. 52),

V, la tension en kV,

Z, le nombre atomique,

A, le poids atomique,

Δx, l'épaisseur en 10^{-3} mm.,

ρ, la densité.

Pour une épaisseur traversée Δx, il en résulte une aberration :

$$d = 2\Delta x \operatorname{tg} \theta.$$

Fig. 53.

Pour l'aluminium V = 100 000 volts et $\Delta x = 10\ m\mu$ on a :

$$d = 0{,}30\ m\mu.$$

Il faut comparer ce résultat à celui que l'on obtiendrait pour les protons.

Or cette formule donnant θ a été bien vérifiée par Geiger pour les rayons α du radium C' sur une feuille d'or de 4μ. Nous admettrons qu'elle est valable pour les protons à condition de remplacer 511 et 1 022 (c'est-à-dire m_0c^2 et $2m_0c^2$) par les mêmes valeurs multipliées par 1 840. On trouve alors $d = 0{,}27\ m\mu$, c'est-à-dire un résultat du même ordre de grandeur qu'avec les électrons pour un porte-objet de même épaisseur.

C'est en tenant compte de ces indications que nous avons réalisé avec M. Claude Magnan un projet de microscope à protons à 300 000 volts. Nous en donnons le schéma ci-dessus (fig. 53). C'est un ensemble rigide supporté par des tubes de « phillite » du type du générateur de neutrons Philips. Les électrodes latérales, à haute tension, sont des tubes percés à leurs extrémités de diaphragmes appropriés. L'ensemble se présente donc très simplement. Contrairement au banc d'optique à 60 000 volts que nous avons décrit plus haut, tout ici a été simplifié à l'extrême et le nombre des paramètres réduit au minimum.

Mais un tel projet ne peut être réalisé sans l'obtention d'un crédit important du C. N. R. S. Aussi avons-nous dû nous contenter pour l'instant de porter l'effort expérimental sur la réalisation des sources de protons à grand rendement et la construction des lentilles électrostatiques.

Conclusion

L'étude des lentilles électrostatiques nous a conduit à une analyse assez détaillée des possibilités offertes par l'optique des protons. Nous voyons bien quelles en sont les difficultés essentielles dues à l'emploi nécessaire de hautes tensions de l'ordre de 300 000 volts au moins et de supports porte-objet extrêmement minces. Sans doute, seule l'expérience permettra de juger la valeur de ces conclusions, mais il ne nous paraît pas téméraire d'affirmer que l'emploi de protons permettra d'obtenir des pouvoirs séparateurs 10 fois supérieurs à ceux des meilleurs microscopes électroniques, c'est-à-dire des grossissements utiles de l'ordre de 600 000. On réalisera ainsi un progrès du même ordre que celui qui a permis de passer de l'optique de la lumière à l'optique des électrons.

Je dois à la bienveillance de M. Maurice de Broglie d'avoir pu faire au Laboratoire du Collège de France cette étude d'optique électronique et de participer aux travaux de Physique nucléaire au Laboratoire des rayons X. Je lui exprime ici ma bien vive reconnaissance.

Je remercie très sincèrement M. Louis de Broglie pour tous les précieux conseils qui m'ont permis d'éclaircir les difficultés théoriques du présent travail.

C'est grâce au dynamisme et aux conseils amicaux de M. Louis Leprince-Ringuet que j'ai pu orienter mon activité sur la physique expérimentale. Je lui en suis tout particulièrement reconnaissant. Il m'a initié dans son Laboratoire à la passionnante étude du mésoton dont la connaissance conditionne toute la physique du noyau.

Je voudrais que M. Claude Magnan soit assuré de toute mon amicale gratitude. C'est à son contact que j'ai appris les délicates disciplines expérimentales de la physique corpusculaire. M. Claude

Magnan a eu l'heureuse initiative de diriger un travail d'équipe d'optique électronique à une heure où le besoin s'en faisait particulièrement sentir en France.

Je remercie enfin tout le personnel du Laboratoire, aides techniques, mécaniciens et calculateurs, dont l'habileté et la complaisance ont été pour moi une aide précieuse.

RÉFÉRENCES

1. E. Bruck et O. Scherzer. — *Geometrische Electronenoptik*. Berlin, Verlag von Julius Springer.
2. Von Ardenne. — *Ueber microscopie*. Berlin, Verlag von Julius Springer.
3. Ruska et Knoll. — *Z. für Tech. Phys.*, **12** (1931), 398.
4. Dosse. — *Z. für Physik*, **117** (1940), 722.
5. Mahl. — *Z. für Techn Phys.*, **20** (1939), 316.
6. Myers. — *Electron Optics*. Londres (1939).
7. Johannson. — Ueber das Immersionsobjectiv des geometrischen Elektronenoptik. *Annalen der Physik* (oct. 1935), 385-413.
8. Boersch. — Erhöhung der Auflösung und Emission Elektronenmikroskop. *Natur*, **30** (1942), 120.
9. Paul Chanson, André Ertaud, Claude Magnan. — Détermination des éléments du 1er ordre des lentilles électrostatiques symétriques. *C. R. Académie des Sciences*, **221** (séance du 20 août 1945), 233-235.
10. Paul Chanson, André Ertaud, Claude Magnan. — Sur l'aberration de relativité des lentilles électrostatiques excitées au potentiel de la cathode. *C. R. Académie des Sciences*, **218** (séance du 5 juin 1944), 912-913.
11. M. V. von Ardenne. — *Z. für Physik*, **117** (1941), 657 ; **108** (1938), 338.
12. R. Rebsch. — *Ann. der Physik*, **551** (1931), 193.
13. B. von Borries et Ruska. — *Z. für tech. Physik*, **20** (1939), 225.
14. O. Scherzer. — *Z. für Phys.*, **114** (1939), 427.
15. H. Boersch. — *A. E. G.*, **7** (1940), 27.
16. Glaser. — *Z. f. für Physik*, **121** (1943), 647.
17. *Handbuch der Physik*, Band XXII, 2e partie (1933).
18. H. J. Bhabha. — *Proc. Roy. Soc.*, **164** (1938), 257.
19. Scherzer. — *Z. für Physik*, **1** (1936), 602.
20. Glaser. — *Ann. Physik*, **18** (1933), 557.
21. Glaser. — *Z. f. tech. Phys.*, XIII (1932), 549.
22. Echardt. — *Ann. der Physik*, Band **55** (1930), 401.
23. Ertaud. — Thèse sur la cuve rhéographique et les calculs des lentilles électroniques (mars 1946).
24. Claude Magnan, André Ertaud, Paul Chanson. — Sur un projet de microscope protonique. *C. R. Académie des Sciences* (séance du 28 mai 1945).

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

L'Isomérie nucléaire.

Vu et approuvé :
Paris, le 18 mai 1946.
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
J. CABANNES

Vu et permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie de Paris,
J. ROUSSY

DÉPÔT LÉGAL : 1947, 2e TRIMESTRE, N° D'ORDRE 602, MASSON ET Cie, ÉDITEURS, PARIS.
BARNÉOUD FRÈRES ET Cie, IMPRIMEURS (31.0566). LAVAL. N° 677. — 5-1947.